

Proportiones magistri Gasparis lax aragonensis de sarinyena.



Venundātur Parisius In vico divi Jacobi ab Emundo le feure sub signo crescentis albi vitam degente.



¶ Gasparis lax tractatus ꝓportionū felicit̄ īcipit

In hoc ꝓportionū tractatu eoꝝ que diffuse de numeris ꝓportionib⁹ ꝛ ꝓportionalitatib⁹ ī nr̄a arithmetica ſpeculatiua dicta ſunt ꝛ demonſtata ea que vtilia ꝛ neceſſaria pro cognitiōe naturalis phie videbūt̄ ſuccincte recoligā demōſtrationib⁹ relictis vt quibus ipſoꝝ fides relicta ſcientia ſufficit. In hoc volumine paucis appareat illorum omnium reſolutio. Nouem igitur capitibus tractatū iſtum abſoluā. In primo de numeris in generali ꝗtū principali propoſito ſufficiet fiet mentio. In ſecundo de proportiōibus ꝛ proportionalitatib⁹ in generali. In tertio de ꝓprietatib⁹ numerorum continuo proportionalium. In quarto de additione ſubſtractione ꝛ diuiſione proportionū numeroꝝ. In quinto de aliquibus diuiſionibus numerorum. In ſexto de fractionibus vulgaribus. In ſeptimo de ſpeciebus proportionum maioris inequalitatis ꝛ minoris inequalitatis. In octauo de cōmenſurabilitate ꝓportionū. In vltimo ꝟo de medietatib⁹ geometrica arithmetica et armonica.

¶ Capitulum primum.

Unitas ē qua vnaqueque res vna dicit̄. 2. ¶ Numerus eſt multitudo ex vnitatibus compoſita. 3. ¶ Naturalis ſeries numerorum dicitur in qua ſcd̄m vnitatis additionē fit ipſorum computatio. 4. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5. ¶ Numeri ab alijs equidiſtare dicuntur cum ipſorum ad illos equales ſunt differētie. 6. ¶ Numeri ab aliquo equidiſtare dicuntur cum ipſorum ad illum differētie ſunt equales. 7. Numeri circum ſe poſiti ſunt quorum differentia eſt vnitas. 8. ¶ Numeri circum aliquem poſiti dicūtur cum cuiuſlibet illorum ad illum differentia eſt vnitas. 9. ¶ Numeri autem circum aliquos poſiti ſunt quorum cuiuſlibet ad quemlibet illorum ſibi relatum differentia eſt vnitas. 10. ¶ Numerus per aliquē multiplicari dicit̄ qui totiens ſibi coacervatur quotiens in multiplicante eſt vnitas ꝛ ille idē multiplicat⁹ dicitur. 11. ¶ Numerus aūt aliquē multiplicās eſt ī quo totiens vnitas reperitur quotiens multiplicatus ſibi coacervatur. 12. ¶ Productus vero eſt qui ex eorum multiplicatiōe creſcit. 13. ¶ Numerus aliquē numerare dicitur qui ſcd̄m aliquē multiplicatus illum producit. 14. ¶ Numeratus autē ab aliquo eſt qui ex mltiplicatione illi⁹ per aliquem producitur. 15. ¶ Pars alicuius eſt que cum alia illud conſtituit. ¶ Duplex eſt pars alicuius quedam aliquota et quedā nō aliquota. 16. ¶ Pars aliquota alicui⁹ eſt que pluries ſumpta adequate illud reddit ꝛ illa eadem ſubmultiplex illius dicitur. Et cū preciſe bis ſumpta adequate illud reddit ſubduplū ſimiliter ꝛ ſcd̄a pars aliquota ꝛ medietas illius dicitur. Et cum preciſe ter ſubtriplum ſimiliter ꝛ tertia pars aliquota ꝛ ita deinceps. 17. ¶ Pars aūt non aliquota alicuius eſt pars illius que non pluries ſumpta adequate reddit illud. 18. ¶ Numerus denominās partem aliquotā alicuius totius eſt ille ſecundū quē ipſa multiplicata producit illud totum. 19. ¶ Similes partes aliquote reſpectu aliquoꝝ dicuntur que ab eodē numero illorū partes aliquote denominātur et ille cꝫ ſubmultiplicia illoꝝ dicūt̄. 20. ¶ Prima ꝛ ſimplex nūeri pars eſt vnitas. 21. ¶ Multiplex alicui⁹ ē qđ ex illo pluries ſumpto adequate reſultat. Et ſi ex illo preciſē bis ſumpto adequate reſultet duplum illius dicet̄. Et ſi ex illo preciſe ter ſumpto triplū ꝛ ita deinceps. 22. ¶ Eque multiplicia reſpectu aliquorum dicuntur quorum illa ſunt ſimiles partes aliquote. 23. ¶ Numerū diuidere per aliquē eſt ipſum in tot ꝑtes equales quot ſunt vnitates ī illo ꝑ quē diuidit̄ adequate ſecare. 24. ¶ Numer⁹ diuiſor eſt ſcd̄ꝫ quē ſumūtur partes eq̄les in diuiſo. 25. ¶ Partes aūt in quas aliquid diuiditur diuidētia appellant̄. 26. ¶ Numerus aūt quotiēs eſt numerus ex diuiſione alicuius ꝑ aliquē ꝓueniēs ꝛ ille idem eſt maximus numerus ſecundum quē diuiſor in diuiſo reperitur. 27. ¶ Cū duorum numeroꝝ inequalium cuilibet eadē fuerit cōmunis pars aliquota quotiens illa fuerit in minori tot partes aliquote maioris dicetur eſſe minor. Et tote ꝑtes aliquote maioris erit minor quotiens illa cōmunis pars fuerit in maiori. 28. ¶ Menſura alicui⁹ eſt que ſemel aut pluries ſumpta adequate illud reddit. 29. ¶ Commenſurabilia dicūt̄ quibus eſt eadē menſura cōmunis. 30. ¶ Incōmenſurabilia dicunt̄ quibus non eſt mēſura cōmunis eadē.

Omnes iſte diffinitiōes ſatis clare ſunt. Si tamen aliqua difficultas occurrat circa expoſitionē alicuius illaꝝ poterit haberi recurſus ad expoſitiones illarum tactas in principio primi elemētorū noſtre arithmetice ſpeculatiue ꝛ ex dictis illic ſufficienter poterunt diſſolui ꝛ propter hoc ꝛ qꝛ etiā diffinitiones iſte non principaliter veniunt exponēde in hac materia proportionū ſed preſupponuntur in ipſa propter breuitatem earum expoſitiones ibi relinquuntur ſed dumtaxat exempla earū tangā ibi. Duarum igitur primarum diffinitionum exempla ſunt nota. Tertie autē patet exemplum ſic capiēdo numeros. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ꝛ ita ꝯſeq̄nter quantūcūqꝫ libeat ꝓcedere. Quarte exemplum patet de binario numero reſpectu iſtorū duorū. 5. ꝛ. 3. ꝛ de vnitate que etiā ibi ꝓ numero cōputatur reſpectu iſtorum duorum. 4. ꝛ. 3. Exemplum quinte ptꝫ de hijs duobus numeris. 4. ꝛ. 12. reſpectu iſtorum duorum. 5. ꝛ. 11. Et etiā reſpectu iſtorum duorum. 10. et. 2. Sexte exemplum patet de eiſdem numeris reſpectu numeri. 8. Septime exemplū patet de quibuſcunqꝫ duobus proximis inſerie. Octaue exemplū patet de numeris. 4. ꝛ. 6. reſpectu. 5. None exēplum patet de numeris. 8. et. 4. reſpectu. 9. et. 5. Decime exemplum patet ſi numerus ternarius quater ſibi coacervetur ille dicetur multiplicari per quaternariū. Et tunc apparet exemplum. 11. de numero quaternario ꝛ de numero. 12. qui ex ternario quater ſibi coacervato reſultat patꝫ exemplum. 12. Exemplū. 13. patet de numero ternario reſpectu. 12. quē multiplicatus ꝑ ternarium producit. Et de numero. 12. patet exemplū pro. 14. Quintedecime exemplū apparebit tam de exemplo. 16. ꝙ de exēplo. 17. Exemplū ergo. 16. patet de numero binario reſpectu numeri. 4. Exemplū aūt 17. patet de numero. 3. reſpectu. 5. Exemplū. 18. ptꝫ de numero. 4. reſpectu numeri. 12. ꝑ reſpectum ad. 3. Exēplū. 19. ptꝫ de numero. 2. reſpectu. 6. ꝛ de numero. 3. reſpectu. 9. viceſima diffinitio nō eget exemplo. Exemplū. 21. ptꝫ de numero. 12. reſpectu numeri. 6. Exēplū. 22. ptꝫ de numero. 12. reſpectu. 3. ꝛ de numero. 8. reſpectu. 2. Exemplū. 23. ptꝫ de numero. 12. per reſpectum ad numerū. 4. ſi diuidatur in quattuor ternarios. Et tunc de numero. 4. ptꝫ exemplū. 24. ꝛ de ternarijs ptꝫ exemplū. 25. Et de ternario ptꝫ exēplū 26. Exēplū. 27. diffinitionis apparet de numero. 4.

respectu nūeri.12.qui sūt due sexte.12.eo q̄ binari⁹ q̄ est sexta.12.bis adequate est in.4.⁊ ille est pars aliquota vtriusq̄ ⁊ etiā numer⁹.4.ꝓpter ꝯsimilē causa3 dicet̄ duodecime nūeri.12.vt puta quattuor duodecime.Exemplū.28.pꝫ de vnitate respectu cuiuscunq̄ numeri ꝑmo ⁊ respectu sui ipsius Exemplū.29.pꝫ de quibuscunq̄ duobus numeris .Ultime aūt exēplū solet dari de diametro q̄drati ⁊ eius costa.¶ His igit̄ suppositis ponam aliquas ꝓportiones ꝑ quas tangētur alique ꝓprietates nūeroꝝ in cōique ꝓ sequētibus aliq̄ mō deseruiēt q̄s facile poteris iductiue ⁊ exēplariter in quibuscunq̄ velis cognoscere. Earum autem demonstrationes si velis videre recurre ad primū elemētorū nostre arithmetices speculatiue ⁊ ibi eas reperies.Alias etiā multas ꝓpositiones tangentes ꝓprietates numeroꝝ in cōi ibidē reperies demonstratas q̄ relinquūtur ibi quia non multum cōducunt proposito.

¶ Prima igitur sit ista.



Quorumcunq̄ duorū numerorū inequaliū minor est maioris pars aliquota aut partes equales nō ꝯmunicātes sumpte scdꝫ ipsum quarūquelibet est pars aliquota maioris ab ipso maiori denominata.Et ex ꝯsti quorūcunq̄ duorum cōmensurabiliū minus ē pars aliquota maioris aut adequate resultat ex aliq̄t ꝑtib⁹ equalib⁹ nō cōmunicantibus quarū quelibet est pars aliquota maioris.¶.2.Si inequalia equalibus addantur aut equalia inequalibus erit ꝯpositoru3 dr̄a sicut drā illorum inequalium.Et si equalia ab inequalibus auferantur ⁊ ex quolibet illoꝝ aliquid remanserit erit drā remanentium vt differentia ꝯpositorum ex illis remanentibus ⁊ ex illis ablatis.¶.3.Si ab equalibus inequalia auferantur ⁊ ex quolibet illoru3 aliq̄d remāserit erit ablatoꝝ drā vt differentia remanētium ¶ Et ex his duab⁹ patet primo q̄ si ex additione aliquorum duorum inequaliu3 aliquibus duobus inequalib⁹ debeāt effici aggregata equalia illorum inequaliu3 addendorum ⁊ illorū quibus debent fieri additiones differentie debebunt esse equales. ¶ Patet secundo q̄ si duorū inequalium magis addatur maiori q̄ minori differētia eorū maiorabitur similit̄ et si maiori aliquid addat̄ minori inuariato aut a minori auferatur maiori inuariato aut maiori addat̄ ⁊ a minori auferat̄. Sed si minori magis addatur q̄ maiori aut magis auferatur a maiori q̄ a minori aut a maiori auferatur minori inuariato aut minori addatur maiori inuariato ⁊ continuo maneat illud minus illo maiori minus drā illorum minorabitur. ¶.4.Si duorum inequaliū ad idē tertiū fuerint equales dr̄e maius illoꝝ erit illo tertio maius et minus eorūdē erit illo minus. Eritq̄ illud.3.equale medietati cōpositi ex illis duob⁹. ¶ Ex hoc pꝫ q̄ omne adequate cōpositū ex duobus inequalibus non cōmunicātibus est duplum ad mediū inter illa ꝑ equalem differentiam. si tale medium reperiat̄ inter illa et ex ꝯsti si fuerint duo inequalia et medietas differētie ipsorum auferatur a maiori ⁊ addatur minori illa efficientur equalia.¶.5.Si duo ineq̄lia inter alia duo inequalia equaliter intercipiantur ita vt maius illorū eq̄liter excedatur a maiori aliorū sicut minus aliorū excedit a minori ipsorū erit cōpositū ex ipsis equale cōposito ex aliis.Et ex ꝯsti si quattuor inequaliu3 primū equaliter excedat scdꝫ sicut tertiū exceditur a.4.erit cōpositū ex primo ⁊ tertio equale cōposito ex tertio et quarto.Sed si aliquorum duorum vnum aliquo aliorū duorum per maiorem excessu3 sit maius q̄ reliquū aliorum reliquo ipsorū erit cōpositū ex ipsis maius cōposito ex aliis.¶ Ex hac sequit̄ q̄ si aliqua duo in ordine ad alia duo ita se habeant q̄ cuiuscunq̄ illorū ad quodlibet aliorum sit ea differētia que alterius ipsorū ad alterum aliorum cōpositum ex ipsis erit equale composito ex aliis.¶.6.Si aliquid primo in duo inequalia nō cōmunicātia adequate diuidatur idemq̄ secunda diuisiōe in alia duo inequalia non cōicātia adequate diuidatur duo illorum inq̄ vna illaru3 diuisionū diuidet̄ inter illa ꝑ que alia diuisione diuidetur intercipientur eritq̄ cuiuslibet illorum interceptorum ad quodlibet aliorum ea differētia q̄ alterius interceptorum ad alterū aliorum ¶ Ex hac constat q̄ si compositum ex aliquibus duobus sit equale composito ex aliis duobus ⁊ vnum illorum vno aliorum sit maius reliquum ipsorum reliquo aliorum per consimilem excessum erit minus.Et econuerso si minus maius ⁊ ex ꝯsequenti si sint duo equalia ⁊ vna pars vnius illorum vna parte alterius sit maior reliqua pars ipsius ꝑ cōsimilem excessum reliqua ꝑte alteri⁹ erit minor ⁊ econuerso si minor maior.¶.7.Quocunq̄ dato si capiantur quotcunq̄ minora ipso ⁊ totidē maiora ita vt vltimū minorū ad illud sit ea differentia q̄ illius ad primū maiorū similiter ⁊ illius ad penultimū minorum que ipsius ad scdm maiorū ⁊ ita deinceps vsq̄ ad primū minorum ⁊ vltimum maiorū vocando vtrobiq̄ primū minimū ⁊ scdm minimū aliorum a primo ⁊ ita deinceps erit cōpositum ex illis omnibus equale illi quod fiet ex ductu illius in numerum illoru3 omniū similiter ⁊ si ipsius ad vltimū minorū esset q̄ ipsius ad primū maioru ⁊ vltimi minorū ad penultimum eorundē que primi maiorum ad scdm ipsorum.Et ita deinceps.¶.8.Quibuscunq̄ duobus inequalib⁹ datis si sumantur quotcunq̄ minora minori ⁊ totidē maiora maiori ita vt minoris illorum ad vltimū minorū sit ea differētia q̄ maioris illorū ad vltimū maiorū ⁊ minoris ad penultimū minorum q̄ maioris ad scdm maiorū ⁊ ita deinceps erit cōpositu3 ex omnib⁹ illis equale ꝓducto ex cōposito ex illis duobus in medietatē numeri illorum omnium similiter ⁊ ꝓducto ex composito ex vltimo minorū ⁊ primo maiorum in eandē medietatē.Et ita deinceps vsq̄ ad compositū ex primo minorū ⁊ vltimo maiorū.Et simile cōtingeret si tunc minoris illorū ad vltimū minorum esset ea differētia q̄ maioris illorum ad primū maiorū ⁊ vltimi minorū ad penultimū eorundem que primi maioꝝ ad scdm ipsorum ⁊ ita deinceps. ¶.9.Si quotcunq̄ eiusdē rationis in ordine ad totidem alia eiusdē rationis ita se habeant q̄ primū ipsorū sit tota pars aliquota aut eque submultiplex respectu primi alioꝝ sicut scdꝫ scdi ⁊ ita deinceps erit cōpositū ex ipsis tota ps aliquota et eq̄ submultiplex cōpositi ex aliis sicut primū primi.Et si primū sit tot similes partes aliquote primi aliorū sicut scdꝫ scdi ⁊ ita deinceps erit compositum ex ipsis tot similes ꝑtes aliquote cōpositi ex aliis sicut primū primi. ¶ Ex hac apparet q̄ si pars aliquota alicuius numeri habeat partē aliquotam ille numerus habebit totam partē aliquota3 quotam hꝫ illa sua pars.¶.10.Si fuerint tres numeri sic se habentes q̄ quotiēs vnitas est in primo totiēs scdꝫ in tertio quotiens vnitas erit in scdo totiens prim⁹ erit in tertio.Et ex ꝯsti si primus sit pars aliquota tertij a scdo denominata ⁊ primus sit maior vnitate erit scdꝫ pars aliquota eiusdē tertij a primo denominata. ¶ Ex hac apparet qualiter sit procedēdum ad inueniendum numerum habentem diuersa genera partium aliquotarum quecunq̄ et quotcunq̄ fuerint illa capiantur enim numeri denominātes tales partes aliquotas ⁊ ducat̄

primus in scđm ꝛ inde productus in tertiuʒ ꝛ ita dein-
ceps vſqꝫ ad vltimū vltimo productus erit queſitus.
¶.11.Si duorū nūerorū fiat alterna multiplicatio cō-
tinuo ꝓducetur idē.Et ex conſequēti ſi primus nume
rus numeret ſecundum per tertium tertiꝰ numerabit
eundem ſecundum per primum adhuc vtrobiqꝫ ſub nu
mero vnitatē cōprehendēdo.Ex hac cōſtat ꝙ ſi aliqͥs
numerus bis ducatur in alteruʒ tm̄ fiet ſicut ex ductu
illius ſemel in alterū ꝛ ex ductu alterius ſemel in ipm̄
Et ex conſequēti ſi aliquis maior vnitate numeret ali
quem numerum numerabit illū ꝑ minorem illo nume-
rato ꝛ erit ille per quem ipſuʒ nnmerabit pars aliquo
ta illius nmerati ab illo nūerante denominata ¶.Patʒ
vltra ꝙ ſi aliquis maior vnitate ſit pars aliquota ali-
cuius denominans illius erit eiuſdem pars aliquota
ab illo denominata ꝛ ſi aliquis numerus habeat par-
tē aliquotā q̄tacūqꝫ fuerit ille nūerabit a denoīante
illā ptē aliquotā ¶.12.Si aliquid in aliquos nūeros
ſeorſum ducatur compoſitū ex inde ꝓductis erit equa
le illi quod fiet ex ductu illius in aggregatum ex illis ꝛ
ex conſequenti ſi aliquid numeret aliqua per aliquos
numeros numerabit compoſitum ex illis per cōpoſitū
ex illis numeris.Et ſi aliquid diuerſorum ſit pars ali-
quota illud erit pars aliquota compoſiti ex illis deno-
minata a numero cōpoſito ex illis a quibus denomina
tur pa aliquota illoꝝ ¶.13.Si aliquid nūeret detractū
ex aliquo ſimiliter et reſiduū illud numerabit totū per
numeruʒ compoſitum ex illis per quos numerabit de
tractum ꝛ reſiduū eritqꝫ illius totiꝰ pars aliquota ab
illo compoſito denominata. ¶Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi quot
cumqꝫ nō cōmunicantia ita ſe habeant reſpectu eiudē
dem ꝙ quodlibet ſit multiplex reſpectu illius vel illi
equale erit cōpoſitum ex omnibus illis ad illud idem
multiplex.¶.14.Si quotcumqꝫ eiuſdem rationis in
eundem numerum ducantur erit compoſitum ex omni
bus inde productis equale illi quod fiet ex compoſito
ex illis in eundem numerum.Et ex conſequēti ſi quot
cumqꝫ plura eiuſdem rationis numerent totidem alia
per eundem numerum compoſitum ex illis numerabit
compoſitum ex aliis per eundem numeruʒ.¶.15.Si
aliquorum eiuſdem rationis quodlibet in aliquorū nu-
merorum quemlibet ducatur compoſitum ex omnibus
inde ꝓductis erit equale illi quod fiet ex ductu compo
ſiti ex omnibus illis in compoſitum ex omnibus illis
numeris.¶.16.Si aliquid numeret aliquid ꝑ aliquē
numerum quelibet pars aliquota illius numerantis ſi
habeat partē aliquotā numerabit totam partē aliquo-
tam numerati per eundem numerum et ex conſequen-
ti ſi primum ſi pars aliquota ſcđi quelibet pars aliquo
ta p̄mi ſi habeat erit tota pars aliquota ſimilis partis
aliquote ſcđi quota primū eſt ſcđi.¶.17.Si duo ine
qualia in eundem ducantur erit ꝓductorū differentia
equalis illi quod fiet ex differentia illorum in eundem
numerum.Et ſi idem in duos numeros inequales du-
catur erit productorum differentia equalis illi qđ fiet
ex illo in differentiam illorum Et ex conſequēti ſi duo
inequalia numerent alia duo per eundeʒ numerū diffe
rentia illorum per eundem numerum numerabit diffe
rentiam aliorum.Et ſi quotcumqꝫ inequalia ad totidē
alia ſint eq̄ multiplicia aut ſubmultiplicia dr̄e illoꝝ ad
differentias aliorꝝ ſūt eq̄ m̄ltiplicia aut ſubm̄ltiplicia.
¶Ex hac conſtat ꝙ ſi idem in duos numeros inequa
les ducatur differentia productorū erit minor illo mul
tiplicato vel illi equalis.¶.Patet vltra ꝙ quibuſcū-
qꝫ duobus numeris inequalibus datis et quocumqꝫ
numero ſignato contingēt duos eque multiplices illo
rum reperire quorum quilibet ꝛ ſimiliter eorum diffe-
rentia ſit maior illo ſignato quia multiplicatis illis duo
bus numeris datis per aliquem numerum maiorē illo
ſignato inde prouenientes erunt eque multiplices illo
rum ꝛ quilibet illorum ſimiliter ꝛ ipſorum differentia
erit maior illo ſignato.Et ſi datis duabus quantitati-
bus inequalibus et data tertia eiuſdem rationis cum
qualibet illarum velis inuenire duas eque multiplices
illarum quarum quelibet ſimiliter ꝛ earum differentia
ſit maior illa tertia multiplica differētiā illarum duarū
aſſumptarum donec excedat illam tertiam ꝛ illo facto
multiplica illas duas per eundem numerum per queʒ
illa differētia multiplicata excedit illam tertiam ꝛ quā
titates ꝓuenietes inde erunt queſite.¶.18.Si aliqͥd
numeret aliquod totum ſimiliter ꝛ detractū ex illo nu-
merabit illud detractum per detractuʒ ex illo numero
per quē numerat totum et numerabit etiam reſiduum
illius per reſiduum illiꝰ nūeri.¶Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi ali
quid numeret duo inequalia illud numerabit differen-
tiam ipſorum.Et ex conſequenti nō erit maius tali dif
ferentia.¶.Patet vltra ꝙ ſi aliquorum duorum non
communicantiū vnū ſit equale alicui tertio vel ad illud
multiplex ꝛ reliquum non ſit ad illud multiplex vel illi
equale compoſitum ex illis non erit ad illud idem mul
tiplex.¶.19.Si primū numeret ſecundum per aliquē
numerum ꝛ ſecundum tertium per aliquem numerum
primum numerabit tertium per productum ex vno illo
rum numerorum in alterum.Et ex cōſequēti ſi quotcū
qꝫ ita ſe habeant ꝙ primum numerat ſecundū ꝛ ſcđm
tertium ꝛ ita deinceps quo ad vltimum primum nume
rabit quodlibet ſequens ſecundū ꝑ productum ex nu-
mero per quem numerat proximū p̄cedens illud in nu-
merum per quem illud proximū p̄cedēs numerat illud
ſequens.¶.20.Quelibet pars aliquota partis aliq̄
te alicuius totius eſt pars aliquota eiuſdem totius de
nominata a numero ꝓducto ex ductu vnius illorū nu-
merorum denominantium illas partes in reliquū.Et
ex conſequēti ſi quotcumqꝫ ita ſe habeant ꝙ primum
ſit pars aliquota ſcđi ꝛ ſecūdū pars aliquota tertii et
ita deinceps vſqꝫ ad vltimū erit primū pars aliquota
cuiuſlibet ſequentis ſecundū denominata a numero q̄
fit ex ductū numeri denominantis ipſum in proximum
precedens illud in numeruʒ denominantē illud ꝓximū
in illud ſequēs.¶Et ex hac apparet ꝙ ſi quotcumqꝫ
ita ſe habeant ꝙ primum ſit multiplex ſcđi ꝛ ſcđʒ ter-
tii vel illi equale ꝛ tertiū etiā quarti vel illi equale ꝛ ita
deinceps erit primum multiplex cuiuſlibet ſequentis.
¶.21.Si aliquod totum fuerit tota pars aliquota al-
terius totius quota detractum ex illo detracti ex alio
erit reſiduum illius tota reſidui alterius quota totum
totius.Et ſi fuerit tot ꝛ tote partes aliquote alterius
ſicut detractum ex illo detracti ex alio erit reſiduum
illius reſidui alterius tot ꝛ tote partes aliquote vt to-
tum totius.¶.22.Si primum fuerit tota pars aliquo
ta ſecūdi quota tertium quarti ꝛ ſecundum tota quinti
quota quartum.6.erit primum tota quinti quota tertiū
6.Et ſi primū fuerit tota ſcđi quota quartū.6.ꝛ ſcđʒ
tota quinti quota tertium quarti erit primū tota quinti
quota tertiū.6.¶.23.Si fuerit primum tota pars ali
quota ſecūdi quota tertiū quarti ſimiliter ꝛ tota quin-
ti quota tertii.6.erit primū cōpoſiti ex ſcđo ꝛ quinto
tota pars aliquota quota tertius cōpoſiti ex quarto et
ex ſexto.Et ex cōſequēti ſi primum ad quotcumqꝫ cō-
paret ꝛ ſcđm ad totidē etiaʒ cōpet ꝛ primū ſit tota pꝭ
aliquota primi illorū ad q̄ ꝯparat ſicut ſcđm p̄mi illoꝝ
ad q̄ ꝯparat ꝛ tota reſpectu ſcđi totidē quota ſecūdꝰ

respectu suorū ⁊ ita deinceps erit pmū tota pars cōpositi ex illis quota scdm cōpositi ex aliis. ¶ 24. Si quotcūq3 nūerorum pmus in scdm ducat̄ ⁊ tm̄ pduct⁹ in tertium ⁊ itez pduct⁹ inde i quartū ⁊ ita deinceps vsq3 ad vltimū vltimus pduct⁹ erit equalis vltimo q̄ produceretur si aliorz duorū s pmis vnus in alterum ducat̄ ⁊ product⁹ inde in alterū illorū ⁊ ita deinceps quo ad null⁹ relinquat̄. ¶ 25. Si duorz nūerorū iuxta se positorum quorū null⁹ est vnitas minor ducat̄ in aliquē quocūq3 illorz maiorē cuius ad maiorē dr̄a sit maior vnitate maius producetur q̄3 ex maiori illorum p se multiplicato. ¶ 26. Si duorū numerorū quorz nullus est vnitas sed alter est maior binario alter in alterū ducatur pductus inde erit maior q̄3 compositus ex illis.

¶ Finis primi capituli.

¶ Capitulum Secundum.

Proportio est duorū cōparatorum in aliquo vtriq3 cōmuni in quo maioritas vel minoritas equalitas aut inequalitas pprie vel iproprie reperit̄ vni⁹ ad alterū habitudo. ¶ Pro intellectione hui⁹ diffinitionis est aduertendū pmo q loquēdo sicut in pposito illa dicunt̄ cōparari in aliquo q̄ sic se habēt q illud cōuenit ambobus equaliter ita q dr̄ equalia vel inequalia quo ad illud pprie vel improprie vel vnū maius ⁊ alterz min⁹ Et ppterea nō repugnaret diffinitiōi esto q ponatur in ea illa pticula cōparatorū pter opationem intellect⁹ aliquā ponere pportionē inter aliqua de hoc tm̄ nō est multū curandū. Et vltra aduertendū q sicut cōmunit̄ solet dici ly pportio pōt capi stricte ⁊ potest capi large Stricte capiendo pportio solū reperitur inter quātitates eiusdē gn̄is subalterni vt puta quarū q̄lib3 est cōtinua vel q̄lib3 discreta ipis cōparatis quo ad equalitatē vel inequalitatē pprie dictā vt puta scd3 aliquā dimēsionē vel scdm multitudinē q2 solum reperit̄ inter illa q̄ proprie dr̄ equalia vel quorz vnum dr̄ altero mai⁹ aut min⁹. Et solū tales quātitates taliter cōpate ita se hn̄t Nūerus eī nō dr̄ maior aut minor quātitate continua nec illi equalis maxime scdm mathematicorū imaginationē pcedendo ⁊ ppter hoc etiā esto q due quātitates cōtinue in actiuitate ⁊ resistentia aut intēsiōe aut alio huiusmōi cōparētur nō prouenit pportio proprie dicta Et hoc mō capiendo solet sic diffiniri. Proportio est duarū q̄titatū eiusdē gn̄is habitudo. Que diffinitio sic poterit iuxta dicta intelligi. Est duarz q̄titatū eiusdem gn̄is in aliqua rōne q̄titatis vtriq3 cōueniēti cōparatorum habitudo Aliqui adderent in ista diffinitione vbi dr̄ eiusdē gn̄is ly propinqui hoc forte ad secludendū lineā ⁊ supficiem hoc tm̄ nō op3 ymo si cōparētur q̄ ad longitudinez puēniet pportio pprie dicta. Et esto q nō ita esset nō oporteret illud addere ymo nec oporteret addere ly eiusdē gn̄is q2 si aliqua q̄cumq3 fuerit possint cōpari in aliquo taliter sicut dictū est iter illa reperiet̄ pportio pprie sumpta ⁊ nō aliter ppterea igit̄ sine illa diffinitio esset bona q2 tm̄ cōmuniter solet addi posita est illa pticula i diffinitione In pposito oē q̄tū extēsū siue q̄titas cōtinua poneretur distincta a re q̄ta siue nō reputatur q̄titas. Occurrit ibi difficultas. Utrū nūeri ad vnitatē sit pportio pprie dicta q2 scd3 diffinitionē datā videt̄ q nō 3 de hoc nō est multū curandū siue dicat̄ q sic siue dicat̄ q non. Si tm̄ diceret̄ q sic facile possent dictā saluari. Alio mō capit̄ ly pportio cōmunit̄ ⁊ ad hoc q iter aliqua sit pportio hoc mō satis est q cōparētur in aliquo quod vtriq3 cōueniat ⁊ q dicant̄ equalia pprie vel iproprie quo ad illō aut vnū altero mai⁹ aut min⁹ ⁊ ita pcedit diffinitio prius aliqui diffiniētes illā terminū cōmuniter sūptum addūt ly vniuoco vbi dr̄ cōparatorū in aliquo ⁊ cā illius apud eos est q2 licet stilus dicatur acut⁹ simulit̄ et vox q2 tm̄ acutie nō dr̄ vniuoce de voce ⁊ de stillo ideo stilus et vox nō cōparantur inuicē in acutie sed ex hoc q̄ ipi dicunt apparet q pticula illa supflue addit̄ q2 q̄cquid secludit̄ p illā pticulam secluditur p ly cōparatorū in aliquo q2 illa nō cōparantur in illo vt expresse ipi dicunt ⁊ q̄cquid sit ex pmo notabili posito in pncipio pt3 etiā q nō op3 illam pticulā in illa diffinitiōe addere. Hec igit̄ diffinitio de pportione hoc mō sūpta pcedit ⁊ ex p̄dictis clara est intellecto qualiter aliqua dicant̄ iproprie equalia vel vnū altero mai⁹ aut min⁹. Unde illa dr̄ iproprie equalia vel vnū altero mai⁹ aut min⁹ q̄ nō quo ad aliquā dimēsionē vel scdm multitudinē dr̄ equalia vel vnū altero mai⁹ aut minus sed quo ad aliq̄d aliud vt puta quo ad intēsionē q2 sunt equaliter intēsa vel vnū intēsius alio vel quo ad actiuitatē aut resistētiam aut aliquo alio mō huiusmodi ⁊ hoc mō attribuit̄ eq̄litas pportionibus. Similit̄ maioritas minoritas q̄ non pprie eis attribui possūt ex quo nō sunt q̄titates. S3 attribuitur equalitas ipis similiter ⁊ maioritas ⁊ minoritas ppter rōnes tangendas in sequentibus.

¶ 2. Ants pportiōis ē termin⁹ ex cui⁹ cōpatiōe ad alterz illa puenit. ¶ 3. Cōseq̄ns aūt pportionis est termin⁹ pportionis q̄ ex cōpatiōe alti⁹ ad illū puenit. ¶ Circa istas diffinitiōes nō occurrit difficultas aliq. Ex ipis tm̄ apparet q in proportione maioris inequalitatis terminus maior est ants ⁊ minor cōns. In pportione aūt minoris inequalitatis econuerso. In pportione aūt equalitatis terminus ille qui ad aliū cōparatur dicitur ants. ¶ Proportionum aūt quedā est pportio equalitatis ⁊ quedā inequalitatis. ¶ 4. Proportio equalitatis est duorū equalium vnius ad alterum habitudo. ¶ 5. Proportio aūt inequalitatis est duorū inequaliū vnius ad alterū habitudo. Proportionum inequalitatis Quedā maioris inequalitatis ⁊ q̄dā minoris inequalitatis. ¶ 6. Proportio maioris inequalitatis est duorum inequaliū maioris ad min⁹ habitudo. ¶ 7. Proportio aūt minoris inequalitatis Est duorū inequaliū minoris ad maius habitudo. ¶ 8. Proportiones dicuntur eiusdē rōnis quarū quelib3 est equalitatis aut quelibet maioris inequalitatis aut quelibet minoris inequalitatis. ¶ Circa istas diffinitiones aduerte q in ipsis pceditur de equalitate ⁊ inequalitate maioritate ⁊ minoritate sicut in pma diffinitione capiūtur etiā illi termini omnes large sicut ly pportio in diffinitione pma. Ultra aduerte q alia pportio puenit ex cōparatione alicuius maioris ad aliquod minus eo ⁊ ex cōparatione eiusdem minoris ad idē maius quēadmodum de relationibus secundū viam realium cōtingit Utrum tm̄ pportionabiliter alia pportio equalitatis pueniat ex cōparatione a ad b q̄3 ex cōparatione b ad a supposita equalitate a ad b de hoc nō est cura in proposito. Quicquid tm̄ sit tales pportiones essent eiusdem rōnis similes ⁊ equales q̄d nō cōtingeret vbi illi termini essent inequales put ex sequentibus apparebit. His suppositis diffinitiones ille sūt oēs faciliime.

¶ 9. Proportio illa dr̄ pars alterius que est eiusdē rōnis cum illa ⁊ ambo termini ipsius inter terminos alterius intercipiuntur vel vn⁹ tm̄ ⁊ alius alicui alterius est equalis. ¶ Circa istaz diffinitionē aduerte q additur in ipsa ly que est eiusdē rōnis cū ea ad denotandum q nulla pportio maioris inequalitatis est pars pportionis minoris inequalitatis nec econuerso nec aliqua equalitatis est pars pportionis inequalitatis aut

e diuerso ratio hui⁹ in expositiōe .1 4. diffinitionis ap
parebit ⁊ ꝓpterea nulla cōponitur ex aliqua ꝓportio
ne aut ex aliquibus nisi oēs sint eiusdez rōnis. Et ad
id quod ꝯtra hoc afferri pōt. Qr Euclides ⁊ Iorda-
nus videntur imaginari oppositū de hoc inferi⁹ fiet mē
tio hoc intellecto diffinitio est clara. Et exemplū ꝑme
partis patz de ꝓportione .6. ad .5. respectu ꝓportio-
nis .8. ad .4. Scdē aūt patz exemplū tā de ꝓportio-
ne .8. ad .6. ꝙ de ꝓportione .6. ad .4. respectu ꝓpor-
tionis .8. ad .4. Et similiter imaginandū est ꝓportio-
nē .4. ad .6. esse partem ꝓportionis .4. ad .8. et ita in
ꝓportionibus minoris inequalitatis q̄r esto ꝙ cōmu-
niter imaginatur loquētes in materia ꝓportionuz .4.
ad .6. maiorem esse ꝓportionē .4. ad .8. hoc tn̄ nō re-
pugnat illi q̄r saluabitur ꝑ hoc ꝙ ꝓportio minoris in-
equalitatis ponet tanꝙ terminus ꝑuatiu⁹. Propor-
tio aūt maioris inequalitatis tanꝙ positiuus quēad-
modū de intēsione ⁊ remissione ꝯtingit sicut statim tā
getur ⁊ ideo quēadmoduz pars remissionis est maior
remissio ꝙ tota remissio ita nō incōueniet ꝙ pars pro
portionis minoris inequalitatis sit maior ꝓportio mi-
noris inequalitatis ⁊ maior ꝓportio ꝙ tota proportio
minoris inequalitatis cuius est pars. Ex ista diffini-
tione apparet euidēter ꝙ nulla ꝓportio est pars pro-
portionis equalitatis nec aliqua equalitatis ex aliqui
bus componitur.

¶ .1 1. Proportio aūt dr̄ cum aliqua cōmunicare qn̄
est eiusdē rōnis cum illa ex ambo termini ipsius inter
terminos alterius intercipiūtur vel vnus tm̄ et alius
alicui alterius est equalis. ¶ Circa istam diffinitionē
aduerte ꝙ ꝓpter ꝯsimilem causā sicut in ꝑcedēti ad-
ditur in ea illa particula scz eiusdē rōnis nulle enī pro-
portiones diuersarū rationum cōmunicant. Ex hoc ap-
paret ꝑmo ꝙ nulle ꝓportiones diuersarū rōnum ean
dem constituunt nec sunt ꝑtes eiusdē. Patz scdō ꝙ hec
ꝯn̄a non valet iste proportiones cōmunicant in aliquo
termino ergo cōmunicant ymo demonstratis propor-
tionibus eiusdem rōnis ꝯn̄a non valeret patz hoc de
ꝓportionib⁹ .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. Patz vltra ꝙ ad hoc
ꝙ aliqua ꝓportio cū aliqua ꝯmunicet non reqritur ꝙ
aliquis terminus ei⁹ inter terminos illius intercipiat
Patz de qualibet proportione totali respectu partis
eius. Sed satis est dū fuerit eiusdē rōnis ꝙ vnus ter
minus alterius inter terminos eius intercipiat ⁊ ꝓp
terea in illa diffinitiōe additur vltima ꝑticula sub dis-
iunctione. Patz vltra ex hys ꝙ si teneat ꝓportionē
numeri binarii ad vnitatem esse indiuisibilē ad hoc ꝙ
alique ꝓportiones cōmunicent nō requiret ꝙ eadem
ꝓportio sit vtriusqȝ pars q̄r ꝓportio indiuisibilis cō-
municat cū diuisibili sed sufficiet illud quod dictū est
Ubi tn̄ alique cōmunicarēt ⁊ nō se haberēt sicut totū
⁊ pars oporteret ꝙ eadem esset vtriusqȝ ꝑs ymo ⁊ ꝙ
cuiuslibet illarū vnus terminus inter terminos alte-
rius intercipiatur. Patz vltra ꝙ nulla ꝓportio equa
litatis cum aliqua communicare potest.

¶ .12. Proportionalitas est similitudo ꝓportionum
¶ Circa istam diffinitionē aduerte ꝙ in ꝓposito solū
ꝓcedimus de ꝓportionalitate geometrica ymo esto
ꝙ moderni ꝑ proportionalitatē quālibet medietatē i
telligāt antiqui tn̄ nō illo modo vtuntur solā ꝓportio-
nalitatem geometricā intelligētes ꝑ ꝓportionalitatē
Tunc diffinitio est clara.

¶ Duplex est ꝓportionalitas quedā ꝯtinua ⁊ quedā
discōtinua. ¶ .1 2. ꝓportionalitas ꝯtinua est similitu-
do ꝓportionum ꝑ terminū cōmunem mediū vel termi
nos cōmunes medios copulatarū. Et hec inter tres
terminos sed non inter pauciores reperiri pōt. ¶ .13.
Proportionalitas discōtinua est similitudo ꝓportio-
num nō ꝑ terminū ꝯmunē mediū aut per terminos cō-
munes medios copulatarū hec aūt inter quattuor ter-
minos ⁊ nō īter pauciores inuenit. ¶ Circa istas duas
diffinitiones aduerte ꝙ diuersimode solēt illi termini
diffiniri ibi tn̄ posite sūt diffinitiōes q̄ clariores appa-
rent. Et ꝑ earum intellectione est aduertēdum ꝙ ideo
aliq̄ ꝓportiones similes dr̄ ꝑ terminū cōmunē medi
um vel terminos cōes medios copulate saltē si termi
ni earū nō fuerint equales q̄r cuiuscūqȝ earum quilibz
terminus qui nō est maximus aut minim⁹ inter termi-
nos earū est an̄s vni⁹ ⁊ ꝯn̄s alterius ⁊ copulātur īter-
dum per vnum tn̄ ⁊ hoc qn̄ inter terminos illarum ꝑ-
cise vnus reperitur q̄ nō est maximus aut minim⁹ ipo
ruz est tn̄ minimi⁹ maior vni⁹ illarū ⁊ mīor alteri⁹ interdū
aūt copulātur ꝑ plures terminos ⁊ hoc qn̄ plures ta-
les termini medij inter terminos earū reꝑiunt. Exem-
plū ꝑmi ptz de ꝓportionib⁹ .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. Ex-
emplū scdi ptz de ꝓportionib⁹ .8. ad .4. ⁊ .4. ad .2. et
2. ad vnū. Ubi aūt termini earū essēt equales ideo di
cerētur alique ꝑ terminū cōmunē medium aut per ter
minos ꝯmunes medios copulate. Qr ipsis omnibus ali
quo ordie dispositis ꝯn̄s ꝑme est an̄s scdē ⁊ ꝯn̄s scdē
an̄s tertie ⁊ ita deinceps si plures fuerint. Et propter
hanc cām possent vniuersaliter ꝓportiones dici ꝑ ter
minū cōmunē mediū aut ꝑ terminos ꝯmunes medios
copulate si vniuersaliter ꝓ omnibus vellem⁹ loqui. Et
ex hoc ptz ꝙ si duo equalia eidē tertio ꝓportionentur
similitudo illarū ꝓportionum non erit ꝓportionalitas
ꝯtinua sed discontinua q̄r ꝓportiones ille nō copulan
tur ꝑ terminū cōmunē medium aut ꝑ terminos cōmu-
nes medios. Et ex ꝯn̄ti apparet ꝙ illud quod cōmuni-
ter solet dici de ꝓportionalitate discontinua vcz ꝙ ad
minus quatuor terminos requirit nō est verū. In ꝓpo
sito enī est instantia. Et vniuersr qn̄ idē capetur pro
an̄te vtriusqȝ aut pro ꝯn̄te vtriusqȝ. Sed quo ad illud
quod solet dici de ꝓportionalitate ꝯtinua vcz ꝙ inter
tres terminos ⁊ nō inter pauciores reꝑiri potest verū
habet vniuersaliter nisi forte diceret ꝙ vbi a ⁊ b essēt
equalia ꝓportio a ad b esset equalis ꝓportioni b ad a
⁊ nō eadē cum ipsa ⁊ ꝙ similitudo istarum ꝓportionū
est ꝓportionalitas ꝯtinua. Tunc enī in hoc casu esset
instantia propterea illa dicta intelligantur extra simi-
les casus.

¶ .1 4. Cum ꝯtinuate fuerint eedē vel diuerse ꝓpor-
tiones dicet ꝓportio ꝑmi ad vltimū ex oibus ꝯposita
¶ Circa istā diffinitionē aduerte ꝙ ꝑut ex mō loqn̄di
euclidis in l multis locis Similiter ⁊ iordani ⁊ aliorū
mathemathicorū apparet videntur ipsi imaginari ꝙ q̄-
cūqȝ ꝓportione data que sit grā exēpli a ad b capto q̄-
cūqȝ termino eiusdē rōnis cū illis ꝓ medio īter illa ex
trema illius ꝓportionis ad hūc sēsū ꝙ a competur ad
illū ⁊ ille compet ad b siue ille sit maior quocūqȝ illorū
siue minor siue vno maior ⁊ altero minor tūc ꝓportio a
ad b ꝯponetur ex ꝓportione a ad illū terminu ⁊ ex pro
portione illi⁹ t'mini ad b ⁊ ꝙ ille due ꝓportiones con-
nuātur. Et ex ꝯn̄ti dicerent aliqui ꝯn̄r loquendo ꝙ qli
bet illarū ꝓportionū erit ꝑs ꝓportionis a ad b. ¶ Sz
ꝯtra hoc potest argui satis efficacit' q̄r seqretur ex il-
lo ꝙ aliquid esset ꝑs alterius qd̄ esset ꝑs illi⁹. Similr
⁊ ꝙ aliquid ꝯponētur ex aliquo alio quod ꝯponeretur
ex ipso. Hec aūt satis absurda sunt. Qr sequantur tn̄
ptz q̄r capio ꝓportionē .4. ad .2. ⁊ imaginor nūerū .8.
mediū īt' illa extrema ad i'sū datū tūc ꝓportio .8. ad .2
illo mō dicēdo erit ꝑs ꝓportiōis .4. ad .2. ⁊ ꝓportio .4.

ad.2.ex illa cōponit̄ modo clarum est ex altera parte ꝙ proportio.4.ad.2.est pars proportionis.8.ad.2.⁊ hec.8.ad.2.ex illa cōponitur hec videt̄, manifeste seq̄ ex illo modo dicēdi q̄ satis absurda in studio naturalis philosophie sunt, ymmo nō videntur reprobatione digna. quare non est ymaginādū, ꝙ euclides et alij mathematici ceperint illa dicta in sensibus, quos videntur sacere. ideo ad cōformandum illa dicta veritati, aliquas distinctiones ponā, ꝑ quas saluabuntur. ⁊ tandē apparebit, ꝙ non erit difficultas nisi ad nomē. Primo igit̄ supponēdū est, ꝙ duobus modis possunt alique proportiones continuari. improprie scʒ. ⁊ ad illud sufficit ꝙ ipīs aliquo ordine dispitis, ꝯñs prime sit añs scđe, ⁊ ꝯñs scđe añs tertie, si tot fuerit, ⁊ ita deinceps vsq̄ ad vltimum. Et hoc modo due proportiones, quarū vna est maioris inequalitatis ⁊ altera minoris, cōtinuātur. Alio mō possunt alique continuari ꝓprie. ⁊ ad hoc requiritur, ⁊ sufficit, ꝙ sint eiusdē rationis, ⁊ quilibet terminus alicuius illarū, qui nō est maximus aut minimus inter terminos illarū, sit ꝯñs vnius ⁊ añs alteriꝰ. Est vltra aduertendū ꝙ duobꝰ modis pōt intelligi aliquā proportionē ex aliquibus cōponi. Uno modo proprie. ⁊ ad hoc opʒ ꝙ tales ꝓprie continuēt̄ur, ⁊ quelibet sit illius pars. Alio modo potest intelligi iproprie, ad hūc vez, ꝙ inter extrema talis ꝓportionis ꝓprie vel improprie ꝯtinuēt̄ tales ꝓportiōes. ⁊ hoc mō nō aliđ erit ꝓportionē aliquā ex aliqbꝰ ꝯponi, q̄ illas iṫ extrema illiꝰ ꝓp̄e vł iprop̄e ꝯtinuari. Et hoc mō ꝓportio aliq̄ poterit cōponi ex aliquibꝰ, ⁊ esse pars vniꝰ illarum. et poterit aliqua ex aliqua ꝯponi, q̄ iterū ex ipā ꝯponitur. Dico igitur, ꝙ doctores allegati, vbi loquebantur de cōtinuatione ⁊ de ꝯpositione ꝓportionū, loq̄bantur large. Et ad proportionabilē sensum posset etiā concedi, ꝙ aliqua est pars alterius, q̄ est pars ipsius. puta ad hūc vez ꝙ aliqua inter extrema alicuiꝰ, repertur cōtinuata cū aliqua alia que etiā inter extrema illius reperit̄ cum aliqua alia continuata. Ut tñ isti modi loquendi valde extranei multis viderentur, aliter loquar. vbi scʒ ipi dicerēt aliquā proportionē ex aliquibus cōponi, dicam inter extrema illius cōtinuari ꝓprie vel improprie. Et ita de alijs locutionibus eorum, que in rigore non videntur vere. Nec erit discrimen, nisi ꝑ se ad nomen, in hijs modis loquendi. ⁊ in idē redibunt quo ad cōclusiones ponēdas. ꝓpter tñ cām tactā aliṫ loquar q̄ ipi et clariꝰ. Ex hijs apparet solutio argumēti facti. Tñ aduerte ꝙ prima distinctio posita nō solū ꝓ huius difficultatis dissolutione deseruit, verū etiā pro diffinitionibus specierum ꝓportionalitatis ⁊ signāter ꝓ diffinitionibus eque ꝓportionalitatis ⁊ mēbroꝝ diuidētiū illā ꝯaccomoda. Satis enī difficile esset diffinitiōes illas clare ⁊ sufficienter assignare sine hoc vbi tñ hac distinctione supposita facile erit illud. Propter igitur hec omnia illa prima distinctio posita est. Sed occurrit adhuc difficultas an presens diffinitio procedat de continuatione proportionū ꝓprie dicta similiter ⁊ de cōpositione ꝓportionū proprie dicta. Sed ad hoc dico breuiter ꝙ si in illa sit sermo de ꝯpositiōe ꝓprie dicta oporteret ꝙ etiam ꝓcederet de cōtinuatione proprie dicta sed si procedatur de cōpositione large posset, procedi de ꝯtinuatione quocūq̄ mō indifferenter ⁊ vez hēret

¶.15. Proportio dicit̄ ex aliquibus proportionibus adequate cōponi cum quelibet illarum est illius pars ⁊ nulla est pars illiꝰ quin sit aliqua illarū vel cū aliqua earum communicās. ¶ Hec diffinitio satis manifesta est ex precedentibus nec ampliori eget expositione.

¶.16. Termini proportionales sunt quorum ꝓportio ē vna. ¶ Duplices sūt termini ꝓportionales. Quidā continuo proportionales Quidā vero discōtinuo proportionales. termini continuo proportionales sūt termini proportionales inter quos continua proportionalitas reperitur. Termini aūt discōtinuo proportionales sunt termini proportionales inter quos non reperitur ꝯtinua proportionalitas. ¶ Circa istas diffinitiones aduerte ꝙ ille procedunt de terminis geometrice proportionalibus. est vltra aduertēdū ꝙ diffinitio terminorum proportionalium geometrice sic potest in rigore dari. Sunt termini inter quos similes proportiones repertuntur quorum quilibet alicuius illarum est terminus. Et per hoc pʒ qualiter sint intelligēde diffinitiones ille in rigore procedēdo. Occurrit tamē difficulas an captis quattuor terminis equalibꝰ illi dicāt̄ ꝓportionales quia diffinitio videtur eis cōpetere ⁊ ex altera parte multa solent concedi que non vident̄ stare cū illo. Solet enī dici ꝙ cum fuerint tres termini cōtinuo ꝓportionales ꝓportio primi ad vltimū erit tāq̄ ꝓportio p̄mi ad scđʒ duplicata. Et si fuerint quattuor triplicata hec enī habet euclides.5.elementorū diffinitionibus.10.⁊.11. Ad hoc dico breuiter ꝙ illud consistit ad nomen tenendo tamen ꝙ sic intelligende essēt diffinitiones euclidis vbi tales termini essent inequales ⁊ ita procedit etiam.19.diffinitio sicut statim apparebit. Si tamen oppositum teneretur facile esset saluare diffinitionē tactam subintelligendo ly non equales inter se melius est tamen alio modo dicere

¶.19. Cum fuerint tres termini cōtinuo proportionales dicetur proportio p̄mi ad tertiū vocando primum maximum dupla ad proportionē p̄mi ad scđʒ tertij aūt ad scđm dupla ad proportionē tertij ad primum Et cū fuerint quattuor proportio primi ad ad quartū erit tripla ad proportionē primi ad scđm, quarti aūt ad tertiū tripla ad ꝓportionē quarti ad primū. Et ꝓportionabiliter deinceps cā particularū huius diffinitiōis manifeste apparebit. Similiter ⁊ eius expositio viso quare aliqua proportio dicatur altera maior.

¶ Sex sunt species ꝓportionalitatis vel rectius modi arguēdi in huiusmodi proportionalitatibus efficaces vt puta ꝓportionalitas conuersa, ꝑmutata. Cōiuncta Disiūcta Euersa ⁊ Equa ¶.20. Conuersa ꝓportionalitas ē modꝰ arguēdi vbi ex similitudine aliqrū ꝓportionū ifert̄ siłitudo ꝓportionū ꝯñtiū illaꝝ ad añcedētia earūdē. ¶ Hec proportionalitas cōuersa est primꝰ istorum modoꝝ arguēdi. Et ex exēplū eiꝰ apparet sic arguēdo q̄lis est ꝓportio a ad b talis ē c ad d ꝗ qualis b ad a talis ē d ad c. Hic modꝰ arguēdi ē ꝓportionalitas ꝯuersa ⁊ ita de similibꝰ esto ꝙ plures ꝓportiōes assumerēt̄ in añe ⁊ ꝯñe ponēdo tñ ꝓportionalitatē cōuersā spēm ꝓportionalitatis saltē improprie dictā illa similitudo ꝓportionū q̄ ifert ex añe talis mōi arguēdi diceret̄ ꝓportionalitas ꝯuersa ꝑ respectū ad siłitudinē illarū ꝓportionū ex q̄ ifert̄ ⁊ etiā illa siłitudo ex q̄ ifert̄ diceret̄ ꝓportionalitas ꝯuersa ꝑ respectū ad illā Et ita loquēdo de ꝓportionalitate ꝯuersa possʒ sic diffiniri. Est siłitudo aliq̄rū ꝓportionū taliṫ se habētiū in ordine ad totidē siłes ꝓportiōes iter se ꝙ ille resultāt ex ꝯparatione consequentiū illarū ad añs earumdem.

¶.21. Permutata ꝓportionalitas ē modꝰ arguēdi ī q̄ ex siłitudine aliq̄rū ꝓportionū ifert̄ siłitudo ꝓportionis añtis vniꝰ illarū ad añs alteriꝰ cum ꝓportione ꝯñtis illius ad ꝯñs alteriꝰ. ¶ Huiꝰ diffinitiōis pʒ exemplū sic arguēdo q̄lis ē ꝓportio a ad b talis est c ad d ergo qualis a ad c talis est b ad d hic modus arguēdi dicit̄ ꝑmutata ꝓportionalitas et ita de similibꝰ esto ꝙ

plures pportiones sumerent. Si aũt pportionalitas pmutata ponat spẽs pportionalitatis pportionabilit similiter dicẽdũ est sicut de pportionalitate cõuersa. Et si aliq̃ dicatur pmutata pportionalitas per respectũ ad aliquam aliã illa etiã ediuerso dicetur pportionalitas pmutata per respectum ad ipsam.

¶ 22. Coniũcta proportionalitas est modus arguendi in quo ex similitudine aliquarum proportionum infertur similitudo pportionis aggregati ex antecedente ꝛ ꝯsequẽte vni⁹ illarũ ad ꝯñs eiusdẽ cũ pportione aggregati ex antecedẽte ꝛ ꝯñe alteri⁹ ad ꝯñs eiusdem. ¶ Huius diffinitionis ptꝫ exemplũ sic arguẽdo qualis est pportio a ad b talis est c ad d ergo qualis est a b simul iunctorum ad b talis est c d simul iunctorum ad d. Et ita si plures pportiões sumant͛ i antecedẽte. Sed pcedẽdo de cõiũcta pportiõalitate put est spẽs pportionalitatis similitudo illarũ pportionũ q̃ infert͛ diceretur pportionalitas coniuncta p respectũ ad similitudinẽ pportionum q̃ assumitur in antecedẽte ꝛ illa similitudo pportionũ q̃ assumit͛ i añte nõ diceret͛ pportionalitas cõiũcta per respectũ ad illã sed solũ disiuncta. Et ex dictis poterunt sufficienter diffiniri illi termini capiendo ipsos prout sunt species pportionalitatis saltem improprie dicte.

¶ 23. Disiuncta proportionalitas est modus arguendi in quo ediuerso ad proportionalitatem coniunctã arguit͛ vt puta vbi infert͛ similitudo aliquarum pportionũ ex similitudine proportionis aggregati ex añte ꝛ ꝯñte vni⁹ illarũ ad ꝯñs eiusdẽ cũ pportione aggregati ex añte ꝛ ꝯñte alterius ad suũ ꝯñs. ¶ Huius diffinitionis patet exẽplũ de isto mõ arguẽdi qualis ẽ pportio a b simul iunctorũ ad b talis est c d simul iunctorũ ad d ergo qualis ẽ pportio a ad b talis ẽ c ad d. Et ita si plures pportiones assumantur in antecedẽte. Et ex dictis statum apparet quid sit dicendũ, si pcedamus de disiuncta pportionalitate ponẽdo eã speciem proportionalitatis.

¶ 24. Euersa proportionalitas est modus arguendi in quo ex similitudine aliquarum proportionum infertur similitudo pportionis aggregati ex antecedẽte ꝛ ꝯñte vnius illarum ad añs eiusdẽ cũ proportione aggregati ex añte ꝛ ꝯñte alterius ad suũ añs vel vbi ediuerso arguit͛. ¶ Circa hanc diffinitionẽ aduerte ꝙ illa datur sub disiunctiõe vt in ipsa tam euersa pportionalitas cõiuncta q̃ disiuncta ꝯprehendantur ꝛ per primã ptem euersa pportionalitas cõiuncta cõprehẽditur per scdaꝫ autẽ euersa pportionalitas disiũcta. Et exempla patebunt statim. Et pariforma quid sit dicendum si ille terminus ponat͛ species vel termin⁹ inferior ad proportionalitatem.

¶ Duplex est euersa pportionalitas. Quedã ꝯiũcta ꝛ quedã disiuncta. ¶ 25. Euersa pportionalitas cõiuncta est mod⁹ arguẽdi in quo ex similitudine aliquarum pportionũ infertur similitudo pportionis aggregati ex añe ꝛ ꝯñe vni⁹ illarum ad añs eiusdẽ cũ proportione aggregati ex añe et ꝯñe alterius ad añs suum. ¶ Huius diffinitionis ptꝫ exemplũ sic arguendo qualis est proportio a ad b talis est c ad d ergo qualis a b simul iunctorum ad a talis c d simul iunctorum ad c et ita si plures modi arguẽdi ponantur. Sed ponẽdo pportionalitatem euersam coniunctam speciem proportionalitatis dicenduꝫ esset ꝙ similitudo illa pportionũ que infertur esset proportionalitas euersa coniuncta per respectum ad similitudinẽ que assumitur ꝛ similitudo illa que assumitur esset proportionalitas euersa disiuncta per respectum ad illa. Et ex predictis possunt sufficienter haberi diffinitiões illorum terminorũ ꝛ ita procedendo ille terminus euersa pportionalitas ꝯprehenderet illas duas proportionalitates ꝛ cognotaret sub disiunctione illa que cognotant illi duo termini pportionalitas euersa coniuncta ꝛ pportionalitas euersa disiuncta ꝛ facile põt haberi eius diffinitio ex dictis.

¶ 26. Euersa proportionalitas disiuncta Est modus arguẽdi in quo ediuerso ad proportionalitatem euersam coniunctaꝫ arguitur vt puta vbi infert͛ similitudo aliquarum propoitionũ ex similitudine pportionis aggregati ex añe ꝛ ꝯñe vnius illarũ ad añs eiusdem cum proportione aggregati ex antecedente et ꝯñe alterius ad añs eiusdem.

¶ Huius diffinitionis ptꝫ exemplum sic arguẽdo qualis est pportio a b simul sumptorũ ad a talis est c d simul sumptorũ ad c ergo qualis est a ad b talis ẽ c ad d.

¶ 27. Equa proportionalitas est modus arguendi in quo ex similitudine aliquarum proportionum proprie vl͛ improprie continuatarum cũ totidem aliis eodem mõ cõtinuatis directe vel indirecte reperta infertur similitudo proportionis primi antecedentis vnius illarum continuationũ ad vltimũ ꝯñs eiusdẽ cũ pportione primi antecedẽtis alterius cõtinuationis ad vltimum ꝯñs eiusdẽ. ¶ Circa istam diffinitioneꝫ aduerte ꝙ in ipsa ponitur ly directe vel indirecte reperta ad cõprehẽdẽdũ directã proportionalitatẽ equã que per primam particulam illarum comprehenditur et ad comprehendendam etiam indirectam que per secundam illarum cõprehẽditur ꝛ ideo exẽpla statim apparebũt. Pro intellectione tñ illius diffinitionis ꝛ illarũ sequentium est aduertendũ ꝙ illud dicit͛ capi p primo añe in aliqua continuatiõe aliquarum pportionũ quod capit͛ p se pro antecedẽte ꝛ nullo pacto p ꝯñe aut sic se hꝫ ꝙ illis aliquo ordine positis capit͛ p añe [illegible] hoc addo q͛ interdũ in cõtinuatione improprie dicta põt fieri circulatio redeũdo ad eundẽ terminũ a quo fit inchoatio. Et tũc esto ꝙ quilibet terminus posset capi pro primo antecedente hoc tñ esset diuersimode considerando ꝛ inchoãdo in tali cõtinuatione. Et pportionabiliter illud dicit͛ capi p vltimo ꝯñe in aliqua ꝯtinuatione aliquarũ pportionũ qd sic capit͛ p ꝯñe in ea ꝛ nullo pacto cr͛ p añe aut quod sic se habet ꝙ illis aliquo ordine dispositis cr͛ p ꝯñe vltime. Est vltra aduertẽdũ ꝙ tunc reperitur directe similitudo inter aliquas proportiones cõtinuatas cum totidem aliis similiter modo cõtinuatis qñ proportio primi antecedẽtis ad primum ꝯñs in vna illarum cõtinuationũ est similis pportioni primi añcedẽtis ad primum ꝯñs in alia ꝛ sic ꝯñr. Tunc autẽ indirecte reperitur similitudo qñ pportio primi antecedẽtis ad primum consequens in vna est similis pportioni vltimi añcedẽtis ad vltimũ ꝯñs alterius ꝛ pportio scdi antecedentis ad scdm ꝯñs eiusdem ordinis est similis pportioni penultimi antecedentis ad penultimuꝫ ꝯñs in alia. Et ita deinceps quousq; ad vltimũ ꝯñs vnius ordinis ꝛ ad primũ añs alteri⁹ deueniatur. ¶ Primũ ꝯñs dr͛ illud qd ẽ ꝯñs respectu primi añtis talis ꝯtinuationis ꝛ illud idẽ dr͛ scdm añs ꝛ scdm ꝯñs dr͛ ꝯñs respectu illi⁹. Et sic ꝯñr. Pariforma vltimũ añs dr͛ illud qd est añs respectu vltimi ꝯñtis ꝛ illud idẽ dr͛ penultimuꝫ ꝯñs ꝛ sic ꝯñr. Hiis suppositis facile patebit intellectio illius diffinitionis ꝛ aliarum duarum sequentium visis exemplis.

¶ Duplex est pportionalitas equa. Quedã directa ꝛ quedam indirecta. ¶ 28. Directa proportionalitas equa. Est modus arguendi vbi ex similitudine aliquarum proportionum proprie vel improprie cõtinuatarũ

cum totidem alijs similiter continuatis directe reperta infertur similitudo ꝓportionis primi antecedẽtis vniꝰ illarum cõtinuationũ ad vltimũ cõsequẽs eiusdẽ cũ ꝓportiõe primi antecedẽtis alterius ad vltimũ cõsequẽs eiusdẽ. ❡ Huiꝰ diffinitionis patet exemplũ sic arguẽdo qualis est proportio a ad b talis est d ad e et qualis est b ad c talis est e ad f ergo qualis est a ad c talis est d ad f. Et ita si plures ꝓportiones sumãtur cõtinuate. Ponendo autem proportionalitatem directam speciẽ proportionalitatis dicendum esset ꝙ illa similitudo ꝓportionum que infertur dicitur equa proportionalitas directa per respectũ ad similitudinẽ illarum proportionũ que in antecedẽte assumiť illa tñ q̄ in añte assumitur nõ diceretur equa proportionalitas directa vel indirecta neqꝫ aliquo predictorum modorum ꝑ respectuꝫ ad illã ymmo nõ oporteret ꝙ esset proportionalitas nisi vellemꝰ dicere ꝙ captis duabꝰ ꝓportiõibus similibꝰ inter se ꝛ alijs duabus quarum prima est similis prime ꝛ scḋa scḋe ꝙ similitudo illarum duarũ ad alias duas sit proportionalitas quod non videtur verũ esto ꝙ ad nomẽ consistat. ❡ Unde diffinitio proportionalitatis sic itelligenda est. Est similitudo aliquarum proportionũ quarum quelibet cuilibet illarum est similis ibi loquimur ac si totum distingueretur a suis partibus ꝛ ita oportet dicere negando illam esse proportionalitatem ꝛ ita loquendo etiam termini illi inter quos huiusmodi ꝓportiones reperirentur nõ essent proportiõales ꝛ oportet hanc cõsequẽtiã negare isti quatuor termini sunt proportionales ꝛ isti sunt proportiõales ergo isti ꝛ illi sũt proportionales. Et ita dicere videtur magis cõforme cõmuni mõ loquẽdi licꝫ tñ diceretur opposito modo oporteret dicere ꝙ ly ꝓportionalitas non diuideretur diuisione sufficienti in illos sex terminos capiẽdo illos ꝓ speciebus illius termini modo declarato quia igitur hec discrepatio ad nomen consistit non multum refert an sic vel sic dicatur.

❡ .29. Indirecta ꝓportionalitas equa. Est modꝰ arguendi vbi ex similitudine aliquarũ proportionum proprie vel improprie cõtinuatarum cum totidem alijs similiter continuatis indirecte reperta inferť similitudo proportionis primi antecedẽtis vnius illarũ ꝯtinuationũ ad vltimũ cõsequẽs eiusdẽ cum proportione primi antecedentis alterius ad vltimum cõsequẽs eiusdem. ❡ Huius diffinitionis patet exemplũ de isto modo arguẽdi qualis est proportio a ad b talis est e ad f ꝛ q̄lis ẽ b ꝛ c talis est d ad e ergo q̄lis ẽ a ad c talis est d ad f ꝛ ita de similibus esto ꝙ plures proportiones assumantur a parte antecedentis. Ponendo tñ equam proportionalitatẽ indirectã speciẽ proportionalitatis dicendum esset ꝙ similitudo illa proportionũ que infertur dicitur proportionalitas equa indirecta per respectuꝫ ad similitudinẽ ꝓportionuꝫ que assumuntur in antecedẽte ꝛ illa similitudo que assumitur in antecedẽte nõ esset ꝓportionalitas. Qualiter debeat diffiniri ly equa proportionalitas capiẽdo ipsum pro specie proportiõalitatis saltem improprie eo modo quo de alijs dictum est ex dictis sufficienter põt apparere. Multi alij modi arguendi virtute istoruꝫ tenẽt qui ad istos reduci possũt sed ex his facillime reduci possunt ꝑ consequentias de primo ad vltimũ. Aliqui preter istos sex modos arguendi ponunt alium moduꝫ arguẽdi quẽ vocãt cõuersionẽ ronis. Et est qñ ex similitudine ꝓportionis alicuius totius ad detractum ex ipso cum proportione alterius totius ad suum detractũ infertur similitudo ꝓportionũ illorum ad sua residua vt si sic arguã qualis est proportio a b ad a. talis est c d ad c ergo qualis est a b ad b talis est c d ad d. Sed bonitas huiꝰ modi arguendi inferius deducetur ex his modis arguendi.

Hunc videnda sunt princi pia que in hac materia solent poni per que equalitas ꝛ inequalitas proportionum cognoscitur ꝛ non obstãte ꝙ euclides .5. elementorum habeat aliqua principia que ad omnes proportiones tam numerorum q̄ aliorum sunt communia. Solent tamen alia principia particularia pro numerorum proportionibus poni ꝑ que absqꝫ illis cõmunibus principijs in propotionibus numerorum cognoscuntur equalitas ꝛ inequalitas maioritas ꝛ minoritas ꝛ illa principia tangit ipse euclides .7. elementorum ꝛ etiã iordanus in principio .2. elementorum sue arithmetice. Primo igitur in hac parte tãgã illa principia particularia ꝓportionibus numerorum deseruientia postea vero tãgam pricipia cõmunia que habet euclides in .5. ꝛ alia etiam que possunt preter illa poni.

❡ Pro primo igitur est aduertendum ꝙ scḋm euclidem .7. elementorũ diffinitione .17. proportio minoris numeri ad maiorẽ est talis vel talis, scḋm ꝙ minor numerꝰ est tota pars aliquota, vel tote partes aliquote maioris. ꝛ hoc voluit dicere, cum dixit in dicta diffinitione; Numeri ad numerum dicitur ꝓportio, minoris quidem ad maiorem, in eo ꝙ est maioris pars aut partes. maioris vero ad minorẽ, secundum ꝙ eum continet, et eius partem, vel partes. ꝛ hoc idem hꝫ iordanus in principio .2. elementorũ sue arithmetice diffinitione .2. ꝛ scḋm euclidẽ diffinitione .20. eiusdem .7. denominatio proportionis minoris numeri ad maioreꝫ est pars vel partes illius minoris, q̄ in maiori sunt. maioris autem ad minorem, totum vel totum ꝛ pars vel partes, put maior supfluit. ꝙ iordanus parum clarius tangit diffinitiõe .7. eiusdẽ .2. vbi dicit, denominatio dicitur ꝓportionis, minoris quidẽ ad maiorẽ pars vel partes quota vel quote illius fuerint. maioris autẽ ad minorẽ, numerus scḋm quem eum continet, ꝛ pars aut partes minoris que in maiori superfluunt. Et habet vltra euclides diffinitione .22. ꝙ ille proportiones dicũtur similes, que eandẽ recipiunt denoiationẽ. Illa aũt dicitur maior q̄ maiorẽ habet denominationẽ. ꝛ que minorẽ minor. Et idem hꝫ iordanus vltima diffinitione eiusdem 2. Sꝫ ad saluandum ea que ipsi imaginanť, puta ꝙ quãto proportio aliqua maioris inequalitatis est maior, tãto proportio minoris inequalitatis in eisdem terminis reperta, est minor: Opꝫ ista itelligere hoc mõ. vꝫ ꝙ denominatio proportionis minoris numeri ad maiorẽ, est pars aliquota maioris, quota ille minor est illius maioris, si fuerit pars aliquota eius. vel si non erit, tot ꝛ tote partes aliquote maioris, quot et quote ille minor ẽ illiꝰ maioris. Si eniꝫ minor numerus sit subduplus ad maiorem, denominatio talis proportionis erit scḋa pars aliquota, vel medietas. Si autem fuerit subtriplus, denominatio erit tertia pars aliquota. Et sic ꝯsr in alijs. Et vbi minor nõ esset pars aliquota, sꝫ esset subsesqualť ad maiorẽ, denominatio talis ꝓportionis esset due tertie, qr minor tũc est due tertie maioris. Et vbi esset subsesquitertiꝰ denominatio ẽẽt tres quarte. ꝫ nec imaginandũ est, ꝙ subsesquialtera denominetur a medietate vel a scḋa parte aliquota, ꝛ subsesquitertia a tertia parte. qr tunc maior esset denominatio subsesquialtere, q̄ subsesquitertie ꝑ ꝯñs subsesqualťa esꝫ maior subsesquitertia, quod intentioni eorũ expsse contrauenit. Propterea igitur opꝫ dicere, sicut dictũ est. quare ꝓportio sesquialtera rectius diffiniretur isto modo. est habitudo minoris ad maius, cuiꝰ maioris illud minus est due tertie:

q̄ eo modo quo cōmuniter solet diffiniri, Sic scʒ. Est
habitudo minoris ad maius cōtinens ipm minus pre=
cise semel ꝛ medietatē eius. Et proportionabiliter pos=
set dici de diffiniendis alijs speciebꝰ specialissimis p=
portionis minoris inequalitatis. nec valeret forte dice
re, ꝙ ex quo scd̄a pars aliquota denominat a numero
binario, et tertia a ternario, ꝙ subsesqualtera denoiabit a
scd̄a pte aliq̄taʒ ex ꝯñti a binario. ꝛ subsesqꝫtia a tertia p
te aliquota, ꝛ ex consequēti a ternario. ꝛ sic denoiatio
subsesquitertię maior esset. quia tunc p idē denomina=
tio sesqtertię maior esset q̄ denominatio sesqualterę,
ꝛ p cōsequēs sesquitertia maior sesqualtera. quod est
manifeste falsum. Propterea oportet dicere, vt dictū
est, ꝙ inter istas denominationes talium proportionum
minoris inequalitatis. illa dicetur aliqua altera maior,
ex eo, quia dato eodē habēte talem partē aliquotā vel
tales partes aliquotas, a qua vel quibus vna illarum
denominatur, ꝛ similiter talez vel tales a qua vel qui=
bus altera denominat, maior ps illiꝰ resultat ex illa vel
illis a q̄ vl' qbꝰ illa dnoiat, q̄ ex illa vel illis a qua vel q̄=
bus, alia denominatur. ꝛ qꝛ tres quartę alicuius maio=
rē partē cōstituunt, q̄ duę tertię eiusdē; ppterea deno=
minatio subsesquitertię dicitur maior, q̄ denominatio
subsesqualterę. Et proportionabiliter in alijs dicendū est. ꝛ
per hoc facile pōt iudicari inter quascumqꝫ duas pro=
portiones minorū numeroꝝ ad maiores, cuius denomi-
natio est maior. Et si occurrat ibi difficultas circa illō
quod hic psupponitur de inuētiōe numeri qui habeat
talem partez aliquotam vel tales, a qua vel q̄bus vna
illarū denominatur, similiter ꝛ reliqua: scd̄ʒ correlariū
12. pmi docet talis numeri inuētionē. Et per hoc pote-
rit facile iudicari de quibuscumqꝫ duabus proportio=
nibus minoris inequalitatis in numeris reperibilibus,
cuius illarū denominatio sit maior, ꝛ ex ꝯsequēti q̄ ea=
rū sit altera maior. Sed quo ad proportiones maioruʒ
numerorum ad minores, volunt dicere ꝙ denominatio
proportionis maioris numeri ad minorē est numerus se
cūdū quē maior ꝯtinet minorē. Et hoc si pluries ade=
quate contineat. vel numerus scd̄m quē eum cōtinet ꝛ
pars aliquota, vel partes aliquotę, quā vl' quas vltra
cōtinet. Et ibi sub numero, vnitas ꝯprehēditur ppter
proportiones superparticulares ꝛ superpartientes. ꝛ pro=
pterea denominatio proportiōis numeri dupli ad suū
subduplū erit numerus binarius, et tripli ad subtriplū
ternarius. Et ita in alijs multiplicibus. ꝛ denominatio
proportionis sesqualterę est vnitas cū scd̄a pte aliquo=
ta. ꝛ sesquitertię vnitas cū tertia parte aliquota. ꝛ ita
de alijs. Et tm̄ his dicetur denominatio alicuius maior,
ex eo, quia ille numerus qui se solo vel cū pte aliquota
vl' partibus aliquotis est denominatio illius; maior est
illo numero qui se solo vel cū pte aliquota vel partibꝰ
aliquotis est denominatio alterius. vel quia aliquis nu
merus sumptus scd̄m illū numerū cuʒ parte aliquota
vel partibus aliquotis eius, quę sunt denominatio illiꝰ,
maiorē numerū constituūt q̄ ipsemet sumptus secūdū
numerū cū pte aliquota vel partibus aliquotis ipsius
quę sūt denominatio alterius. ꝛ ppterea denominatio
sesqualterę maior est denominatione sesquitertię, quia
dato numero habēte secundā partē aliquotā, similiter
ꝛ tertiā, ipse semel sumptus cum sua secunda parte ali
quota maiorem numeruʒ reddit, q̄ ipse semel sumptus
cum sua tertia. ꝛ p idē denominatio duplę supbipartiē
tis tertias maior est denominatiōe duplę supertripar=
tientis quintas. quia dato nūero habente tertias ꝛ quin
tas, ille bis sumptus cum duabus tertijs eius maiorē
numerū cōstituunt, q̄ ille bis sumptus cū tribus quin=
tis. Et proportionabiliter in quibuscumqꝫ alijs specie
bus. Et ex hijs manifeste constat, ꝙ si duo numeri ine=
quales, ad eundē maiorē comparētur; denominatio p=
portionis maioris ad illum maior erit denominatione
proportionis minoris ad illū: ꝛ denoiatio proportiōis illiꝰ
ad minorē maior erit denominatione proportionis illiꝰ
ad maiorez. hoc manifeste sequitur ex fundamēto huiꝰ
modi dicēdi, nec aliq̄ eget demonstratione. Et pari for
ma constat, ꝙ si duo inequales ad eundē minorez ipsis
cōparentur, denominatio proportionis maioris ad illū
maior erit denominatione proportionis minoris ad illuʒ:
ꝛ denominatio proportionis illius ad minorē maior erit
denominatione proportionis illius ad maiorē. hoc appa
ret ex modo cognoscēdi iācto ad cognoscendū maiori=
tatē aut minoritatē denominationū scd̄ʒ istum moduʒ
dicendi, nec aliqua alia indiget demonstratione. Et ex
hijs manifeste potest apparere modus procedendi ad
cognoscendū de quibuscumqꝫ duabus proportionibꝰ
maioris inequalitatis in numeris reperibilibꝫ cuiꝰ illa=
rum denominatio sit maior. captis enim illis, quarū vna
sit a ad b, ꝛ alia sit c ad d: ꝛ inueniatur per scd̄m corre=
lariū. 12. pmi numerus habēs similes partes aliq̄tas,
sicut habz b, similiter ꝛ sicut hz d, si b ꝛ d habeāt partes
aliquotas, ita ꝙ nullius illorū b d habeat partē aliquo=
tam, quin ille numerus habeat similē ptem aliquotam,
ꝛ sit ille e. Constat tunc, ꝙ poterit dari aliquis numerꝰ,
cuius e erit tota pars aliquota aut tot similes ptes ali=
quotę, sicut b respectu a. quia si b sit ps aliquota a, non
est questio: sed si sit partes aliquotę, capta simili parte
aliquota in e sicut vna illarū est respectu b, ꝛ; capto nu
mero qui sit ęque multiplex ad illam, h erit e tota pars
aliquota aut tot similes partes aliquotę illius, sicut b
respectu a. Sit ergo ille f. p idē poterit dari aliqs nu=
merus, cuius e sit tota pars aliquota aut tot similes p=
tes aliquotę sicut d respectu c. sit ergo ille g. erit tunc f
ad e ea proportio q̄ a ad b, ꝛ g ad e quę c ad d. Si igitur
f sit maior g, denominatio proportionis f ad e maior erit
q̄ denominatio proportionis g ad e, ꝛ ex cōsequenti de=
nominatio proportiōis a ad b maior denominatiōe propor=
tionis c ad d. Et si f sit minor g, erit minor. et si ęqualis,
ęqualis. ꝛ ita in quibuscumqꝫ numeris poterit procedi.
Si autem alter illorum b d non habeat partem aliquo=
tā, sed sit vnitas: tunc facilius ostendetur propositū: sup=
posito enim ꝙ b sit vnitas, capiā e numerum se haben=
tē ad d, sicut a ad vnitatē, ita ꝙ si a sit vnitas, e sit ęqua=
lis d. ꝛ si maior vnitate, e sit ęque multiplex ad d sicut
a ad vnitatē. Et tūc manifestissime apparebit qd̄ quę=
rimus. Est vltra aduertendum ꝙ de proportiōe ęqua=
litatis nullam faciunt mentionē. numeros em̄ ęquales
pro eodē reputāt. imaginantur tamen, ꝙ ex quo q̄libet
proportio maioris inequalitatis ab aliquo toto numero,
aut a toto cū parte aliquota vel partibus aliquotis de-
nominatur, ꝛ quęlibet proportio minoris inequalitatis
a parte aliquota vel partibus aliquotis; et quia omne
totuʒ quacumqꝫ parte sua aliquota est maius, similiter
ꝛ quacumqꝫ parte eius composita ex partibus aliquo=
tis eiusdem, propterea cuiuscumqꝫ proportiōis maioris
inequalitatis denominatio cuiuscumqꝫ minoris ineq̄li
tatis denominatione est maior; ꝛ ex cōsequenti ꝙ quę=
libet maioris inequalitatis quacumqꝫ minoris inequa
litatis sit maior. et hoc tenendum est scd̄m eos p fun=
damento. ꝛ per idem faciendo mētionem de proportio=
ne ęqualitatis, sicut tāgit nicholaus horen in principio
suarum proportionū, quęlibet proportio maioris inequa
litatis quacumqꝫ ęqualitatis est maior. et quęlibet p=
portio ęq̄litatis quacūqꝫ minoris ineq̄litatis est maior.

Et cōformiter loquēdo posset dici ꝙ ꝓportio equalita
tis denominatur ab vno vel vnitate⁊ propterea esset
minor denominatione ꝓportionis maioris inequalitatis,
⁊ esset maior denoīatiōe ꝓportiōis minoris īequalita=
tis. Quia vnūquodq̧ maius est sua parte aliquota: si=
militer ⁊ pte eius cōposita ex partib⁹ aliquotis eiusdē.
Ex hys igitur sufficienter apparet modus procedēdi
ad cognoscendum que proportio sit altera maior in nu
meris ⁊ que sint equales similiter et in quibuscumq̧
commensurabilibus quia sicut inferius dicetur quorū
cumq̧ duorum cōmensurabilium proportio vnius ad
alterum est sicut proportio numeri ad numerum. Sed
ex hys principys non posset apparere de proportioni
bus repertis inter incommēsurabilia aut quarum vna
reperitur inter incommensurabilia ⁊ alia inter com=
mensurabilia. Oportet igitur videre de principys cō=
bus, per que in quibuscumq̧ proportionibus poterūt
illa cognoscere: primo videnda sunt principia que Eu=
clides habet in. 5. elementorum pro his.

Pro illo igitur est aduertendum

ꝙ scđm euclidē. 5. elementorum, diffinitione. 6, captis
quatuor terminis, ⁊ captis eque multiplicibus ad pri=
mum ⁊ tertium illorum, ⁊ captis eque multiplicibus ad
scđm ⁊ quartū: si ita se habeāt talia multiplicia, ꝙ si ta=
le multiplex pmi addat supra tale scđi, illud tale multi
plex tertij addet supra illud. 4. ⁊ si minuit, minuit: ⁊ si
equat, equat: tunc proportio primi ad scđm erit q̄ tertij
ad quartū. ⁊ si pmi ad scđm fuerit ea ꝓportio que ter=
tij ad quartū, illa multiplicia taliter se debebūt habere:
Ita ꝙ in effectu per illā diffinitionē non aliud vult di=
cere, q̄ hoc, scz, ꝙ ad hoc ꝙ aliq̄ propoꝛtiones sint equa=
les, requiritur ⁊ sufficit, ꝙ captis eque multiplicibus
ad antecedētia ipsarum ex vna pte, ⁊ captis eque mul=
tiplicibus ad cōsequētia ipsarū ex altera, si tale multi=
plex antecedentis vnius illarum addat supra tale ꝯse=
quētis illius, tale multiplex antecedētis alteri⁹ addet
supra tale cōsequētis ipi⁹; ⁊ si minuit, minuit: ⁊ si equat,
equat. Et poterūt ex hoc facile diffiniri ꝓportiōes eq̄=
les scđm ipm. Et scđm ipsum diffinitionē. 8. quinti, Si
capiantur quatuor termini, ⁊ captis eque multiplicib⁹
ad primum ⁊ tertium, similiter ⁊ captis eque multipli=
cibus ad scđm ⁊ quartū; ⁊ tale multiplex primi addat
sup tale scđi, ⁊ tale tertij nō addat supra tale quarti: tūc
ꝓpor. pmi ad scđm erit maior q̄ tertij ad quartū. Ita
ꝙ in effectu, per illā diffinitionē non aliud vult dicere,
q̄ ꝙ ad hoc ꝙ aliqua proportio sit altera maior, reqrit
⁊ sufficit ꝙ possit dari aliquod multiplex antecedētis
illius ꝙ addat supra aliqđ multiplex cōsequētis ipius,
⁊ eque multiplex antecedentis alterius, sicut est illud
antecedētis illius nō addat supra eque multiplex cōse
quentis ipsius sicut est illud ꝯñtis illi⁹. Et ex hoc etiā
satis cōstat quid requirat ⁊ sufficiat ad hoc ꝙ aliqua
proportio sit altera minor. Et ex hys apparet ꝙ scđm
hec fundamēta quelibet proportio maioris inequalita=
tis quacumq̧ equalitatis aut minoris īequalitatis de
necessitate debet poni maior, ⁊ q̄libet equalitatis qua=
cumq̧ minoris īequalitatis est etiā maior, ymmo etiā
opz ꝯcedere de necessitate, ꝙ q̄to ꝓportio aliqua ma=
ioris inequalitatis reperta iter aliq̄s t'minos ē maior,
tāto ꝓportio minoris īeq̄litatis repta iter eosdē t'mios
erit minor. Hec enī ex hys principys facile deducunt.
Hec igitur sunt principia que habet euclides. 5. elemē
torum ad cognoscēdū vniuersaliter de q̄buscūq̧ dua=
bus ꝓportionib⁹ an sint equales, vel inequales. ⁊ si in=
equales, que earum sit altera maior. Hec tamē funda=
menta multis videntur valde remota a sensu ⁊ non sa
tis nota vt ꝓ pricipys in hys materijs assumi debeāt
et signanter cū ipse euclides in. 5. elementorum ex hys
principys demonstret alias conclusiones que vidētur
longe faciliores demonstrat enim ex hys principys ꝙ
si due ꝓportiones sint equales vni tertie ille sunt equa
les inter se quod videtur a deo notū sicut dignitas illa
Quecumq̧ sunt equalia vni tertio ⁊c. Et ex consequē
ti longe magis notum q̄ hec principia ymmo scđm ꝙ
ipe ꝓcedit quelibet dignitas aut petitio ad ꝓportiōes
applicata ex hys principys esset demōstranda ⁊ nulla
tanq̄ per se nota tenenda ⁊ ꝓpter hoc aliqui nisi sunt
hec principia demonstrare, sicut campanus allegat in
fine expositiōis diffinitionū. 5. de hameto filio iosephi,
q̄ i epl'a quā facit de ꝓportione ⁊ ꝓportionalitate atten
tauit hec pricipia demonstrare. errauit tn̄, sicut cāpan⁹
ipe dicit, in multis, ⁊ signāter in hoc, q̄ in demonstratio=
ne quā nititur facere, presupponit ꝓportiones aliquas
esse equales quod non constat ⁊ etiā non ostēdit quare
alique ꝓportiones debeant dici equales, qđ necessa=
rium esset. insequendo tamen principia, que statim tāge=
mus, hec pricipia posset demostrari ex illis, sicut factū
est in secūdo arithmetice, vbi hec ex illis demonstrant.
quia tamen hec principia euclidis antiquissima sunt, ⁊
omnes antiqui mathematici ⁊ geometre scđm ipsa cō=
sueuerunt demōstrare, nō veniunt spernenda sed dignū
est vt videantur, ⁊ intelligantur. hoc tamen nō obstāte
alia tangemus principia, que forte clariora apparebūt,
⁊ nō adeo remota a sensu, per que poterit iudicari de
quibuscumq̧ duabus proportionibus an sint equales
vel inequales. ⁊ si inequales, que illarum maior, ⁊ q̄ mi=
nor. Pro principys igitur ponēdis has sequētes diffi
nitiones notabis. in illis enim principia illa cōsistunt.

Prima. Tunc cōtinētia numeri

in numero, aut alicuius quodcumq̧ fuerit, in aliquo si=
bi cōmensurabili, equalis est cōtinentie quantitatis cō=
tinue in quantitate continua, q̄ñ numerus ille est, equa=
lis illi sicut quātitas continua quantitati continue: vel
est tota pars aliquota, aut tot similes partes aliquote
illius, sicut illa quantitas continua illius cōtinue. Tūc
aūt cōtinentia alicuius in aliq̄ sibi icōmēsurabili equa=
lis est continentie quantitatis continue in alia quātita=
te continua, cum illud cōtinetur in illo, sicut et illa quā=
titas continua in alia: ⁊ nullam partem aliquotam illi⁹
pluries continet illud, q̄ similem partem aliquotam il=
lius quantitatis continue contineat aliam: nec ecōuerso.

¶. 2. Tunc continentia prime quantitatis continue in
scđa, equalis est continentie tertie in quarta, cum illa cō
tinetur in secūda, sicut tertia in quarta: ⁊ nulla pars ali=
quota illius pluries continetur in scđa, q̄ similis pars
aliquota tertie i quarta: nec ecōuerso. nec prima pluries
continetur in secunda, q̄ tertia in quarta: nec ecōuerso.

¶. 3. Tunc autem continentia prime quantitatis con=
tinue in scđa, maior est continentia tertie in quarta, cum
prima pluries continetur in scđa q̄ tertia in quarta: vel
aliqua pars aliquota prime pluries continetur in secū
da, q̄ similis pars aliquota tertie in quarta. Tunc au=
tem minor est, cum econtrario contingit.

¶. 4. Tūc ꝯtinētia pmi in scđo equalis est cōtinentie
tertij in q̄rto, cū cōtinentia quātitatis cōtinue in q̄tita=
te continua equalis ꝯtinentie primi in secūdo, est equa
lis continentie quātitatis continue in quātitate conti=
nua equali continentie tertij in quarto. Tunc autem
est maior, q̄ñ talis est maior tali. ⁊ tunc minor, q̄ñ minor.

¶. 5. Proportiōes ille sunt similes, aut equales inter

se, q̄ sunt eiusdē rationis, ⁊ termini minores earū equaliter in maioribus earumdē continentur, vel cuiuslibet illarū termini sunt inter se equales. Dissimiles aūt ⁊ inequales sūt q̄ sūt diuersarū rationū, aut ꝯtinētia termini minoris vni⁹ illarū in maiori eiusdē est inequalis ꝯtinētie minoris alterius in maiori eiusdē. ¶ 6. Proportionum maioris inequalitatis illa est altera maior, cuius termini minoris in maiori ꝯtinentia est maior ꝯtinētia termini minoris alteri⁹ in maiori eiusdē. Et talium illa est altera minor, cuius ꝯtinentia termini minoris in maiori minor est ꝯtinētia termini minoris alteri⁹ in maiori eiusdē. ¶ 7. Proportionuꝫ aūt minoris inequalitatis illa est altera maior, cui⁹ ꝯtinētia termini minoris in maiori minor est ꝯtinētia t̄mini minoris alteri⁹ ī maiori eiusdē. Et taliū illaꝝ alia minor vbi oppositū ꝯtigit. ¶ Pro intellectione hui⁹ modi dicēdi, est aduertēdū, q̄ scd̄m ipsum equalitas ⁊ inequalitas, maioritas aut minoritas ꝓportionum eiusdē rōnis, per equalitatem aītum cum ꝯn̄tibus, aut per equalitatē cōtinentie terminorum minoꝝ in maioribus, aut penes maioritatem aut minoritatē talis ꝯtinētie attendēda est, sicut ex diffinitione. 5, ⁊ aliis duab⁹ sequētibus apparebit. Pro illo igitur opꝫ cognoscere, quare aliqua ꝯtinētia alicui alteri dicat̄ equalis, aut ea maior vel minor. Et q̄ hoc nō potest clarius cognosci, q̄ȝ habēdo recursum ad similes partes aliquotas ꝯtentoꝝ, eo modo quo in his diffinitionibus proceditur, ⁊ frequēter in nūeris aut ī aliis terminis dātur duo minores ꝯtenti in maioribus, ⁊ nullus illorum hꝫ similē partē aliquotam sicut alius, ⁊ in quātitatibus ꝯtinuis non poterit illud contingere, oportebit ad cognoscēdū ꝯtinentias numerorum in numeris, aut alioꝝ terminoꝝ in aliis, esse equales vel inequales, habere recursū ad continentias equales illis in ꝯtinuis repertas: ⁊ scd̄m eorum exigentiā iudicandū erit, propterea ꝓmittitur illa prima diffinitio, ⁊ additur postea quarta: vt p ꝯtinentias q̄ntitatum ꝯtinuaruꝫ in q̄ntitatibus cōtinuis, in quibuscumq̄ aliis possim⁹ iudicare de equalitate aut inequalitate cōtinentiarum. Et ex scd̄a ⁊ tertia diffinitionibus apparet datis duabus ꝯtinentiis in quātitatibus ꝯtinuis repertis, si ille sint inequales, quare vna earum dicatur maior, ⁊ reliqua minor, ⁊ si sint eq̄les, quare dicātur equales. Hic tn̄ est supponendum vnum, vꝫ q̄ si duo ꝯtinerētur in aliis duobus, ⁊ quodlibet illoruꝫ esset diuisibile in sēp diuisibilia, non esset necessarium ad cognoscendum an ille ꝯtinentie sint equales vel inequales inter se, habere recursum ad cōtinentias q̄ntitatum continuarum in quātitatibus ꝯtinuis. Sed in illis poterit iudicari cōsimiliter, sicut de duabus repertis in quantitatibus ꝯtinuis. q̄ nullū illorum ꝯtentorum habebit ptem aliquotam, quin aliud similē habeat partē aliquotam: sed in numeris, ⁊ in aliis non se habētibus sic quo ad illud sicut q̄ntitates ꝯtinue, necessarium esset ad cognoscendū illud, habere recursū ad ꝯtinētias q̄ntitatum ꝯtinuarum in ꝯtinuis. Per illā tn̄ p̄mā diffinitionē apparet de quibuscumq̄ duabus ꝯtinētiis reptis in aliis a cōtinuis, siue ille sint in numeris, siue in aliis, quare sint equales duabus ꝯtinentiis reptis in quantitatibus continuis. Hic tn̄ supponitur, q̄ quaclibq̄ cōtinētia data, inuenit̄ illi equalis in quātitatibus cōtinuis. Et si petas, qualiter poterit cognosci datis duabus quātitatibus contentis in aliis duab⁹ inequaliter, q̄ pars aliquota vni⁹ illarum cōtentarum pluries ꝯtineatur in illa in qua cōtinetur, q̄ȝ similis pars aliquota alterius in alia: vt puta, vbi a quātitas minor contineretur in b maiori, ⁊ c in d maiori ipsa, ⁊ iste continentie sunt inequales: qualiter

cognosceretur illud. Pro illo aduerte, q̄ si ꝯtinentie illarum quātitatum sint note, ⁊ sciꝫ scias illas continentias inuenire in tribus terminis, ita q̄ scias inuenire vnam q̄ntitatē, vt puta e, que cōtineatur in f sicut a in b, ⁊ in g sicut c in d: facile esset illud cognoscere, quia tūc oporteret q̄ f esset inequalis g: alias enim ille cōtinentie essent equales. Si igitur f sit maior g, continentia a in b maior erit cōtinentia c in d: quēadmodum continentia e in f maior erit continentia e in g. Et illa pars aliquota de qua est questio, poterit sic inueniri. Quere partē vnam aliquotā e, que bis aut pluries contineatur in differētia f ad g, que sit h. facile poteris talem inuenire si excessus ille sit equalis e, vel maior e. sed si fuerit minor, per. 37. dignitatē arithmetices excessus f supra g potest totiens multiplicari, q̄ ꝯstituet maius e, tunc tota ps aliquota e, quota erit ille excessus f supra g talis eē ꝯ positi, per. 29. dignitatem in arithmetica positam erit minor illo excessu, ⁊ per ꝯn̄s cōtinebitur in illo excessu, ⁊ per consequens medietas talis partis aliquote que etiam erit pars aliquota e, cōtinebitur bis aut pluries in illo excessu. Hoc igit̄ pacto poterit h talis pars reperiri. Dico igitur q̄ h pluries ꝯtinebitur in f, q̄ȝ i g. hoc autē mānifestū est, quo habito, dico q̄ tota pars aliquota a sicut h respectu e, q̄ sit k, pluries ꝯtinetur in b q̄ȝ similis pars aliquota c, que sit l, ꝯtineatur in d. hoc enim inductiue in omnibus apparet. Si autē ille continētie non essent sicut cōtinentie numerorum in numeris, aut essēt ignote, ⁊ nō scires eas reducere ad ꝯtinentias repertas in tribus quātitatibus ꝯtinuis, oporteret q̄ inductiue ꝓcederes per partes aliquotas ad inueniendum quod petis, donec aliqua occurreret. His igitur suppositis, ille quatuor prime diffinitiones sunt manifeste. Sed circa alias duas sequētes, est aduertendū q̄ ille p̄ se fit mentio de comparatione ꝓportionum eiusdem rōnis inter se. de cōparatione autem ꝓportionum diuersarum rationum quo ad maioritatē aut minoritatem, imaginantur aliqui q̄ nulla proportio maioris inequalitatis aliqua equalitatis aut minoris inequalitatis est maior, aut minor, aut alicui earū equalis: nec aliqua equalitatis respectu alicuius minoris inequalitatis. hoc enim habet braduardinus in suis proportionibus: ⁊ multis rationib⁹ nititur illud ꝓbare. sed quia Euclides ⁊ Jordanus ⁊ alii omnes mathematici oppositum imaginātur, ymmo ex principiis eorum sequitur, sicut tactum fuit, nō obstāte q̄ secundum hec principia posita posset bene teneri id quod bradnardinus imaginatur, adhuc cōsequenter ad ipa loquendo ⁊ imaginationem Euclidis ⁊ aliorum, quo ad hec, insequuti fuimus, ⁊ insequemur. Et si petas, que erit ratio secundū hec principia, quare quecumq̄ proportio maioris inequalitatis dicetur maior quacumq̄ proportione minoris inequalitatis: similiter ⁊ quacumq̄ equalitatis: similiter ⁊ de proportione equalitatis respectu proportionis minoris inequalitatis: Potest ad hoc dici, q̄ id quelibet proportio maioris inequalitatis quacumq̄ ꝓportiōe equalitatis est maior, ⁊ similiter quacumq̄ minoris inequalitatis: q̄ ꝓportio est habitudo aītis ad ꝯn̄s: ⁊ in ꝓportiōe maioris inequalitatis ꝯn̄s imaginat̄ esse vnū integrū, ⁊ aīs est mai⁹ ꝯn̄e. ī ꝓportiōe aūt minoris inequalitatis ꝯn̄s imaginat̄ eē vnū integrū, ⁊ aīs mi⁹ ꝯn̄e. in ꝓportiōe aūt eq̄litatis aīs ē eq̄le ꝯn̄ti, ⁊ q̄si proportionabilit̄ assignāda esset rō, sicut deberet imaginari scd̄m imaginationē Jordani quā insequimur q̄ ad istā difficultatē ī nūeris. Et euclidis ē. 7. elemētorū. Et pari forte si q̄reretur ratio, quare ꝓportio minoris inequalitatis bipedalis ad tripedale, maior est proportione pedalis

ad tripedale: ⁊ ita in alijs dicetur ꝓportionabiliter sicut dicendū esset secūdm eos. puta q: bipedale est maior pars tripedalis ꝙ sit pedale. Et ita in alijs ꝯcesso ꝙ illa essent incōmensurabilia, reducendo tales ꝓportiones ad tres terminos. nec magis ad placitū erit hoc dictū, ꝙ illud quod ipsi imaginatur de ꝓportionibus numerorū. puta ꝙ per denominatiōes debēt cognosci. q: ad placitum ꝯsistit ꝙ taliter denominātur. Istū igitur modum dicēdi insequendo, hec om̄ia q̄ secūdm principia euclidis de cōparatione ꝓportionum ꝓcedi debent, ꝯsedꝫ etiā hec principia vltime posita ꝓcedenda essent.

Ex hys igitur que dicta sūt, siue teneantur principia ꝑmo tacta ꝓ numeris, siue principia euclidis, siue principia vltime tacta, alique ꝓpositiones sequūtur, contra quas possunt aliqua argumenta fieri, q̄ aliquantulū hn̄t apparentie. ideo ꝓpositiones illas inferā, ⁊ argumenta illa tangā ⁊ soluam. ¶ Prima igitur est hec. Quelibet ꝓportio maioris inequalitatis quacūqꝫ ꝓportione equalitatis aut minoris inequalitatis est maior. ¶ 2. Quelibet proportio equalitatis quacūqꝫ minoris inequalitatis est maior. ¶ 3. Si aliq̄ proportio maioris inequalitatis altera ꝓportione maioris inequalitatis sit maior ꝓportio minoris inequalitatis opposito modo sūpta iter terminos illi⁹ est minor ꝓportione minoris ieq̄litatis repta iter t̄mios alteri⁹ ¶ Sed cōtra istas ꝓpositiones arguitur ⁊ ꝑmo contra primā capio ꝓportionē maioris inequalitatis inter duas q̄titates ꝯtinuas ⁊ b proportionē minoris inequalitatis tunc a hꝫ infinitas ꝑtes ꝓportionales non cōmunicantes quarū quelibet est proportio maioris inequalitatis ⁊ ꝑ ꝯn̄s quelibet maior b cū igitur b sit ꝓportio aliqualiter magna sequitur ꝙ a est infinite magna proportio ꝯn̄am probo q: si q̄libet illarū partium a esset eq̄lis b ex diffinitione infiniti a esset infinite magna proportio ergo a fortiori postq̄ quelibet est maior b. a erit infinite magna ꝓportio. Item secūdo q: postq̄ a est maior b ⁊ a est finite magna ꝓportio similiter ⁊ b. a in aliqua proportione erit maior b hoc aūt stare nō potest q: illa proportio esset maioris inequalitatis ⁊ quacūqꝫ tali data a poterit se hr̄e in tali ad aliquā partem eius que est ꝓportio maioris inequalitatis instar q̄titatis cōtinue data ergo tali parte que sit c. a ad c esset ea ꝓportio que a ad b et per ꝯn̄s ꝑ simile in proportionibus sicut in q̄titatibus ex. 9. quinti euclidis c esset equalis b quod est ꝯtra fundamētum huius modi dicēdi. Item etiam q: postq̄ a est maior b ⁊ a est finite magna ꝓportio ⁊ b similiter b aliquotiēs sumpta reddet a vel maiorē a hoc in quibuscumqꝫ alijs ꝯtingere potest modo illud nō potest stare igitur. Itē ex prima. 10 euclidis ꝑ simile in proportionibus sicut in quantitatibus ꝯtinuis postq̄ a proportio est maior b aufferendo maius q̄ dimidium ex residuo ⁊ sic ꝯsr̄ tandē remanebit pars a minor b ⁊ q̄libet pars a est proportio maioris inequalitatis ergo aliqua ꝓportio maioris inequalitatis aliqua ꝓportiōe minoris inequalitatis erit minor. Et ꝯsimiliter potest ꝓbari ꝙ nō quelibet ꝓportio maioris inequalitatis quacūqꝫ equalitatis sit maior nec q̄libet minoris inequalitatis quacūqꝫ equalitatis sit minor. Pro solutione istorū argumētoꝝ ⁊ alioꝝ multoꝝ q̄ possent huic proposito applicari. Est ꝑmo aduertendū ꝙ licet ꝓportio maioris inequalitatis ꝯꝑetur proportioni minoris inequalitatis quo ad maioritatē ⁊ minoritatem vel equalitatē non tn̄ ei ꝓportionatur sic ꝙ sit aliqua ꝓportio illi⁹ ad illā. Prima ꝑs ptꝫ q: est illa maior aut minor aut illi equalis. Secūda ꝑs patꝫ q: non pōt signari ꝓportio certa illi⁹ ad illam ⁊ simile est quo ad hoc sicut de angulo rectilineo respectu anguli ꝯtingentie. Est eni̅ q̄libet angul⁹ rectiline⁹ quocūqꝫ angulo ꝯtingētie maior ꝓut ex. 15. tertij elemētoꝝ euclidis euidēter apparet nulla tn̄ est ꝓportio illius ad illū q: statim seq̄retur aliquē angulū ꝯtingētie alicui rectilineo esse equalē ⁊ simile ꝯtingit de ꝓportione equalitatis tā respectu maioris ieq̄litatis q̄ respectu ꝓportionis minoris inequalitatis. Et ꝑ hoc ptꝫ solutio secūdi argumēti. Et si ꝯtra hoc arguas q: est aliqua habitudo a ad b ergo a ad b erit ꝓportio maioris inequalitatis postq̄ a est maior b ꝯn̄a tenet ex diffinitione ꝓportionis maioris inequalitatis ⁊ an̄s ptꝫ q: a ꝯparatur b ergo a ad b ē habitudo aliqua. Ad hoc pōt dici ꝙ nō q̄libet habitudo maioris ad min⁹ est proportio maioris ieq̄litatis sed solū habitudo quā hꝫ maius ad min⁹ quo ad hoc ꝙ ꝯtinet ipsū ⁊ vltra aliquid adequate qd̄ est illo maiore minus ⁊ ꝓportionabilit̄ dicat̄ de diffinitione ꝓportiones minoris inequalitatis ⁊ de diffinitione ꝓportionis in ꝯmuni. Est vltra aduertendū ꝙ quēadmodū q̄libet angulus rectiline⁹ hꝫ infinitas partes nō ꝯmunicantes quaꝝ q̄libet est angul⁹ rectilineus et maior quocūqꝫ angulo ꝯtingentie ⁊ tn̄ nō ꝓpterea aliquis angulus rectiline⁹ est infinite magn⁹ angul⁹ cito ꝙ q̄libet angelus ꝯtingentie sit aliquantulū magn⁹ ita etiā nō incōueniet ꝙ aliqua ꝓportio maioris inequalitatis hēat īfinitas ꝑtes nō ꝯmunicātes quaꝝ q̄libꝫ sit maior quacūqꝫ ꝓportione minoris inequalitatis ⁊ q̄libet minoris inequalitatis sit aliquātulū magna tn̄ talis maioris inequalitatis nō erit ꝓpterea infinite magna ⁊ rō hui⁹ est q: nō est certa ꝓportio alicui⁹ proportionis maioris ieq̄litatis ad aliquā minoris inequalitatis. Si eni̅ esset aliqua nō posset illud ꝯtigere. His suppositis respondeo ad rōnes. Ad primā nego ꝯn̄aꝫ ⁊ ad ꝓbationem vbi arguis a fortiori ꝯcesso an̄c nego ꝯn̄am ⁊ nego illā tenere a fortiori bn̄ teneret a fortiori si a ad b esset certa ꝓportio similiter ꝑtium a ad b. Ad secūdaꝫ ptꝫ solutio ex ꝑmo notabili. Ad tertiā nego illā ꝯn̄am bn̄ tn̄ valeret si a ad b esset aliqua proportio. Et si ꝯtra hoc arguas q: b infinities sumpta reddet ꝓportionem infinitā ⁊ a est finita solū ergo reddet ꝓportionem maiorē a alias aliquod finitum aliquo infinito esset mai⁹ vel illi equale. Ad hoc nego an̄s vn̄ dico ꝙ lꝫ possit dari aliqua ꝓportio maioris ieq̄litatis infinita nō poterit tn̄ dari ꝓportio minoris ieq̄litatis infinita ⁊ ꝓpterea nō poterit b infinities sumi taliter ꝙ resultet aliqua ꝓportio minoris inequalitatis īfinite magna bn̄ tn̄ poterit aliqua dari infinite ꝑua. Ad quartaꝫ dico ꝙ nō opꝫ ꝙ cōtingat simile in ꝓportionib⁹ quo ad illud sicut in quātitatib⁹ q: inter tales ꝓportiones nō est ꝓportio aliqua quēadmodū nec opꝫ ꝙ simile ꝯtingat de angulis inter quos nō est ꝓportio puta de angulo rectilineo ⁊ de angulo ꝯtingentie sicut Cāpan⁹ tāgit supra illā ꝯclusionē euclidis allegatā in q̄buscūqꝫ tn̄ inequalib⁹ inter q̄ est ꝓportio simile ꝯtingeret q: ad quecūqꝫ demōstratio illi⁹ ꝯclusionis applicari pōt. ¶ Sꝫ arguit̄ iā ꝓbando ꝙ nulla ꝓportio equalitatis sit maior ꝓportione minoris inequalitatis aut minor ꝓportione maioris inequalitatis q: nulla ꝓportio equalitatis est magna ymo q̄libet est indiuisibilis ꝗ nulla erit maior ꝓportione minoris inequalitatis nec minor ꝓportione maioris ieq̄litatis ꝯn̄a videt̄ nota ex mō exponēdi ꝓpōnū de ꝯꝑatiuo ⁊ an̄s ꝓbat̄ q: nl̄la ꝓportio eq̄litatis hꝫ ꝑtē aliquā ꝓut ex. 9. diffinitiōe h⁹ epl̄i appꝫ ꝗ nulla talis ē diuisibilis. Itē etiā aliqua ꝓportio maioris inequalitatis est indiuisibilis ꝗ nō q̄libet maioris ineq̄li

tatis quacū𝔮ȝ minoꝛis inequalitatis eſt maioꝛ nec quacum𝔮ȝ equalitatis ꝯña tenet quia dato oppoſito ꝯñtis cum añte aliquod indiuiſibile aliquo diuiſibili eſſet maius ſimiliter ⁊ aliquo indiuiſibili quod manifeſte falſū apparet ex modo exponendi ꝓpoſitionum de cōparatiuo añs patet de ꝓportione binarij ad vnitatem. Ad primum ſtoꝛum cōcedendum eſt imprimis ꝙ ꝓportio equalitatis eſt indiuiſibilis qꝛ omni parte ⁊ omni compoſitiōe caret nō tñ ꝓpterea ſequitur ꝙ illa nō ſit maioꝛ ꝓportione minoꝛis īequalitatis nec ſequitur ꝙ nō ſit magna. Unde poteſt dici ꝙ improprie dicit̃ magna vt puta ex eo quia denominatur ab vnitate vel equalitate. Ad ſecundum poteſt concedi ꝙ illa ꝓportio ſit īdiuiſibilis ymmo de neceſſitate deberet illud concedi imaginando numerū ⁊ vnitatem moꝛe arithmetico niſi imaginaremur fractiones. Hoc tamē non tolleret illam eſſe magnā quia illa denominatur a binario ⁊ per illud ſumitur magnitudo. Et ſi arguas adhuc ꝓbādo ꝙ proportio equalitatis ſit maioꝛ ꝓportione maioꝛis īequalitatis qꝛ ſit a ad b proportio equalitatis ⁊ c ad d ꝓportio maioꝛis inequalitatis. Tunc patet ꝓpoſitum qꝛ maioꝛ eſt habitudo a ad b ꝗ̃ c ad d ergo maioꝛ eſt ꝓportio a ad b ꝗ̃ c ad d ꝯña tenet a diffinitione ad diffinitum ⁊ añs probatur qꝛ maioꝛ eſt ſimilitudo a ad b ꝗ̃ c ad d ergo maioꝛ habitudo añs patȝ quia ſuppono cetera quo ad alia eſſe paria. Ad hoc reſpōdeo negando iſtam vltimam ꝯñam vnde non attenditur maioꝛitas habitudinis per maioꝛitatē ſimilitudinis antecedētis cū ꝯſequēnte ſaltem loquendo de habitudine de qua procedit diffinitio ſed penes hoc ꝙ añs eſt maius conſequente vel minus vel illi equale ⁊ vniuerſaliter maioꝛis ad minus dicit̃ eſſe maioꝛ habitudo ꝗ̃ equalis ad equale qꝛ eſt eo maius ⁊ equalis ad equale maioꝛ habitudo ꝗ̃ minoꝛis ad minus qꝛ eſt equale illi ⁊ aliud eſt altero minus loquēdo de habitudine de qua loquimur in ꝓpoſito ex cuius maioꝛitate aut minoꝛitate ſumēda eſt maioꝛitas aut minoꝛitas in ꝓportionibus ſicut ex dictis poteſt apparere. ❡ Preterea arguitur contra tertiam ꝓpoſitionem qꝛ ſequitur ex ipſa ꝙ proportio .4. ad .8. eſſet maioꝛ ꝗ̃ ꝓportio .2. ad .8. ex quo ꝓportio .8. ad .2. maioꝛ eſt ꝗ̃ ꝓportio .8. ad .4. ſed illud eſt falſū quia cū per .14. diffinitionē huius capituli proportio .2. ad .8. cōponatur ex proportionibꝰ .2. ad .4. ⁊ .4. ad .8. proportio .4. ad .8. eſt pars ꝓportionis .2. ad .8. ⁊ per ꝯñs non eſt illa maioꝛ alias enim pars eſſet maioꝛ toto quod eſt cōtra primam dignitatem in arithmetica poſitam. Item etiā per .10. diffinitionem euclidis in .5. proportio .2. ad .8. eſt duplicata ad proportionem .2. ad .4. ex quo .2. .4. et .8. ſunt tres termini oꝛdinatim cōtinuo proportionales ⁊ per cōſequens proportio .2. ad .8. erit duplicata ad ꝓportionem .4. ad .8 ⁊ per cōſequens dupla ad illam ⁊ ex cōſequēti ex terminis illa maioꝛ. Pro hijs difficultatibus dicam ſicut videbitur michi eſſe dicendū cōſequenter loquēdo ad illas tres ꝓpoſitiones. ❡ Dico igitur primo ꝙ diffinitio .14. allegata adeo bene hȝ verum loquēdo de cōtinuatione ꝓprie dicta ⁊ de cōpoſitione ꝓprie dicta proportionum minoꝛis inequalitatis ſicut in ꝓportionibꝰ maioꝛis inequalitatis ita ꝙ ſicut ꝓportio .8. ad .4. ꝓprie cōtinuatur cum proportione .4. ad .2. ⁊ ꝓportio .8. ad .2. adequate ex illis componitur ⁊ quelibet illaꝝ eſt illius pars ita etiam ꝓportio .2. ad .4. proprie continuatur cum proportione .4. ad .8. ⁊ proportio .2. ad .8. ꝓprie componitur ex illis ⁊ quelibet illarum eſt illiꝰ pars. Dico ſecundo ꝙ cum illo poteſt adhuc ſaluari illa tertia propoſitio ⁊ ex cōſequenti illud quod cōmuniter imaginantur omnes in hac materia videlicet ꝙ quāto ꝓportio aliqua maioꝛis inequalitatis inter aliquos terminos reperta eſt maioꝛ tanto ꝓportio minoꝛis inequalitatis reperta inter eoſdem eſt minoꝛ ⁊ econuerſo. Et ad ſaluādum illud habendus erit recurſus ad terminos poſitiuos ⁊ priuatiuos ⁊ dicendum erit ꝙ ly ꝓportio maioꝛis inequalitatis dicitur poſitiue ⁊ ly proportio minoꝛis inequalitatis priuatiue ⁊ ꝓpterea quēadmodum remiſſio vt .4. eſt pars remiſſionis vt .8. eſt tñ maioꝛ remiſſio ꝗ̃ remiſſio vt .8. ita etiam proportio .4. ad .8. erit pars proportionis .2. ad .8. ⁊ tamen proportio .4. ad .8. maioꝛ eſt ꝗ̃ .2. ad .8. ⁊ ꝓpterea concedendum eſt quod infertur in primo argumento ⁊ ad illam dignitatē dico ꝙ non habet verum applicando eā ad ea que priuatiue dicuntur ſicut de remiſſione cōtingit. Et ex hoc patȝ ſolutio ad primum argumentū. Et ita dicendo manifeſte conſtat ꝙ quemadmodum datis duabus qualitatibus inequaliter intēſis aut remiſſis in eadem ꝓportione in qua intenſio vnius eſt maioꝛ intenſione alterius remiſſio alterius eſt maioꝛ remiſſione illius ita in eadem ꝓportione in qua aliqua proportio maioꝛis inequalitatis reperta inter aliquos terminos eſt maioꝛ proportione maioꝛis īequalitatis reperta inter alios proportio minoꝛis inequalitatis reperta inter alios erit maioꝛ ꝓportione minoꝛis inequalitatis reperta inter illos. Hoc enim tanꝗ̃ fundamētum tenēdum eſt in quibuſcum𝔮ȝ ꝓportionibus tam rationalibus ꝗ̃ irrationalibus nec poteſt aliter probari ꝗ̃ per ſimile in alijs poſitiuis ⁊ priuatiuis. Nec eſt curandum ibi an proportio maioꝛis inequalitatis ſit eadē res cum ꝓportione minoꝛis inequalitatis quia qualitercum𝔮ȝ dicatur quo ad hoc non repugnat dictis nec dicendis ſane intelligendo ea ſecundum tamē viam nominalium poteſt indifferenter dici ꝙ ly ꝓportio maioꝛis inequalitatis ſupponit pro ambobus terminis cognotādo ꝙ alter ſit maioꝛ altero ⁊ ly proportio minoꝛis inequalitatis etiā ꝓ ambobus ſupponeret cognotando ꝙ alter eſſet altero minoꝛ. Et poſſet etiam dici et melius ꝙ ly proportio maioꝛis inequalitatis ſupponit pro termino maioꝛi cognotando ꝙ cōparetur ad minoꝛem. Et ly ꝓportio minoꝛis inequalitatis oppoſito modo melius tñ ſaluantur omnia ſecundum viam realium ſi enim in rigoꝛe vellemus procedere difficile eſſet oīa que communiter dicuntur ſaluare ſecundum viam nominalium. Propterea non amplius inſiſtam in hijs ſed procedā ſecundum geometre imaginationem in hijs materijs. ❡ Sed pro maioꝛi intellectione eoꝛum que dicta ſunt de compoſitione proportionum aliqua deducam ex eis correlaria. ❡ Primū ſi fuerit aliqua ꝓportio maioꝛis inequalitatis inter aliquos terminos ⁊ detur medium aliqđ inter illos illa adequate cōponetur ex ꝓportione maioꝛis ad illđ mediū ⁊ ex ꝓportione illiꝰ medij ad minimum ⁊ ꝓportio minoꝛis inequalitatis repta int̃ illos adequate ꝯponet̃ ex ꝓportione minoꝛis ad illud mediū ⁊ ex ꝓportiōe illiꝰ medij ad maximū. Et ſi dētur duo media inequalia ꝓportio maioꝛis ad illud ꝯponet̃ adeq̄te ex ꝓportione maioꝛis ad maximū illoꝝ medioꝝ ⁊ ex ꝓportione maximi illoꝝ medioꝝ ⁊ minimū mediorum et ex ꝓportione minimi medioꝝ ad mimū alioꝝ. Et ꝓportionabiliter ſi plura media īequalia ſumant̃ ⁊ cōſimilit̃ de proportione minoꝛis īequalitatis dicatur ⁊ inde eſt ꝙ ꝓportio .8. ad .4. ex vna parte adequate cōponitur ex ꝓportione .8. ad .6. ⁊ ex proportione .6. ad .4. ⁊ ex alia parte adequate componitur ex ꝓportiōe .8. ad .7 ⁊ ex ꝓportione .7. ad .6. ⁊ ex ꝓportione .6. ad .5. ⁊ ex ꝓportiōe .5. ad .4. ⁊ ꝓportiōabilit̃ i alijs ⁊ de ꝓportiōe

minoris inequalitatis. 4. ad. 8. simile cōtingit. Scđm correlariū datur aliqua ꝓportio inter a ⁊ b terminos q̄ adequate ꝯponitur ex aliqbus nō ꝯmunicantibus ⁊ tñ nulliꝰ illarum b est terminꝰ simile potest contingere de a esto ꝙ illi fuerint termini finiti imaginor ibi totuz ab oībus suis ꝑtibus simul sumptis distingui hoc supposito facile ostēditur illud. Sit a tripedale ⁊ b bipedale ꝑs a ⁊ diuido excessum a supra b in ꝑtes ꝓportionales in qua ꝓportione volueris minoribus terminatis versꝰ b ⁊ signo infinitas ꝑtes ordinatim quaꝝ prima ꝯtineat b ⁊ oēs alias ꝑtes ꝓportionales illiꝰ excessus dempta prima ⁊ alia ꝯtineat b ⁊ oēs illas demptis prima ⁊ scđa ⁊ sic in īfinitū tūc ꝓportio a ad b adequate ꝯponitur ex ꝓportione a ad illam primā partez ⁊ ex ꝓportione illius prime ad illā scđam ⁊ sic in infinitum tñ nullius illarū ꝓportionū b est terminꝰ facile est ostēdere simile de a. Tertiū correlariū ꝓportio a ad b adequate ꝯponitur ex aliquibus ꝓportionibꝰ nō cōmunicantibus ⁊ nullius illaꝝ a vel b est terminꝰ ⁊ simile de ꝓportione b ad a. Hoc sic ostēditur signo c medium inť a ⁊ b tūc ꝑut ex precedēti correlario apparere potest ꝓportio a ad c ꝯponiť adequate ex aliquibꝰ ⁊ nulliꝰ illarum a erit terminꝰ ⁊ per idē correlariū ꝓportio c ad b adequate cōponitur ex aliquibus nō ꝯmunicātibꝰ et nullius illarū b erit terminus sed ꝓportio a ad b adeq̄te ꝯponetur ex talibꝰ ꝓportionibus ex quibꝰ ꝓportio a ad c ꝯponitur quaruz nulliꝰ a est terminꝰ ⁊ ex illis ex quibꝰ ꝓportio c ad b ꝯponitur quarū nulliꝰ b est terminus igiť ꝓpositum correlarij. Quartum correlarium: aliqua est ꝓportio inter aliquos terminos q̄ adequate ꝯponitur ex aliquibus ꝓportionibus ⁊ respectu cuiuslibet illarū terminꝰ maior est terminꝰ ⁊ ꝓportionabile de minori ꝯtingit hoc tñ nō potest ꝯtingere vbi ille essent finite vel nō cōmunicātes nec etiam. hec tria correlaria vltima in numeris verificari possunt. Ad scđm argumētum quod tangis dico ꝙ Euclides in illa diffinitione nō vult dicere ꝙ ꝓportio ꝑmi ad tertiū sit dupla ad ꝓportionem primi ad secūdū qꝛ tūc ex terminis esset illa maior ⁊ hoc aꝑte repugnat principijs eiꝰ. Sz ꝑ illud vult dicere ꝙ ꝓportio primi ad scđz bis sūpta reddit illam qꝛ est medietas talis ⁊ hoc intelligit ꝑ ꝓportionē primi ad tertiū esse duplicataz ad ꝓportionē primi ad scđm ⁊ licet vbi essent ꝓportiones maioris inequalitatis ex eo qꝛ ꝓportio maioris inequalitatis dř positiue ex illo sequeretur ꝓportionez primi ad tertiū esse maiorem ꝓportione primi ad scđm tñ vbi essēt minoris inequalitatis nō seqretur illud sed potius sequeretur oppositū ex eo qꝛ ly ꝓportio minoris inequalitatis dř ꝑuatiue. Et ex hijs manifeste apparet causa q̄re in. 19. diffinitione posite sūt ille ꝑticule vñ quod in prima parte proponitur ex principijs q̄ tacta sunt ⁊ ex 24. dignitate in arithmetica posita ad ꝓportiōes applicata euidēter ꝯstat. Scđa aūt pars ex dictis statiz apparet ex quo sicut dictum est in eadē ꝓportione in qua proportio aliqua maioris inequalitatis est maior alia ꝓportione maioris inequalitatis in eadē ꝓportione ꝓportio minoris inequalitatis reperta inter terminos alterius erit maior ꝓportione minoris inequalitatis reperta inter terminos illius. Et ex hijs satis apparet ꝙ ipsa ꝓcedit vbi tales termini proportionales non sūt equales vbi aūt essent equales nō haberet verum patet igitur ex hijs illius diffinitionis expositio.

Anteq̄ ad ꝓpositiones deueniā

tangā aliquas suppositiones de hijs quas in scđo elemētorum posui vt puta illas q̄ quo ad ꝓportiones maioris inequalitatis sunt similes dignitatibus ⁊ petitionibus ⁊ eodē modo habēt veritatē in illis sicut dignitates ⁊ petitiones non tñ quo ad ꝓportiones minoris inequalitatis alias aūt omnes que sunt similes dignitatibus ⁊ petitionibus ⁊ eodē modo habēt veritatem in priuatiuis sicut in positiuis nō tangaz sed supponā ibi tanq̄ per se notas nō obstante ꝙ Euclides ex principijs suis aliquas earū demōstret sit igitur hec ꝑma.

¶ Omnis proportio maioris inequalitatis ex aliquibus ꝓportionibus cōposita qualibet sua parte est maior ꝑ residuā partem ab illo. Et omnis ꝓportio minoris inequalitatis ex aliquibꝰ ꝯposita qualibet sua parte est minor per residuā partem ab illa. ¶ 2. Si fuerit due ꝓportiones maioris inequalitatis inequales ⁊ earum differētia addatur minori vel aufferatur a maiori efficientur equales ⁊ si fuerint due minoris inequalitatis inequales ⁊ differētia earum addatur maiori vel a minori aufferatur fient equales. ¶ 3. Omnis ꝓportio maioris inequalitatis adequate cōposita ex duabꝰ ꝓportionibus equalibus non cōmunicātibus ad quālibet illarum est dupla ⁊ omīs adequate composita ex tribus equalibus nō cōmunicantibus ad quamlibet illarum est tripla ⁊ ita deinceps. ¶ 4. Omnis aūt proportio minoris inequalitatis adequate ꝯposita ex duabus equalibus non cōmunicantibus ad quamlibet est subdupla ⁊ omnis adequate cōposita ex tribus equalibus nō cōmunicantibus ad quālibet illarum est subtripla ⁊ ita deinceps. ¶ 5. Quanto pars aliquota alicuius proportionis maioris inequalitatis a maiori numero denominatur pars aliquota tanto maior est ⁊ q̄to a minori minor in ꝓportionibꝰ autē minoris inequalitatis oppositum. ¶ 6. Nūq̄ maior ꝓportio maioris inequalitatis minorem numerat nec minor ꝓportio minoris inequalitatis maiorē nūerat. ¶ 7. Si due proportiones maioris inequalitatis inequales eandē numerent maior per maiorē numerum illā numerabit q̄ sit ille ꝑ quē minor eam numerat ⁊ si aliqua per diuersos numeros eandem numerēt q̄ per maiorem illā numerabit erit minor ⁊ q̄ per minorem maior in proportionibus autem minoris inequalitatis opposito modo ¶ 8. Si aliqua proportio maioris inequalitatis diuersas ꝓportiones inequales numeret per diuersos numeras ipsas numerabit maiorē per maiorē ⁊ minorez per minorem. Et si due inequales duas per eundē numerū numerent numerate erunt inequales ⁊ maior ꝑ talem numeruz a maiori illarum numerabiť ⁊ minor a minori in proportionibus autez minoris inequalitatis opposito modo. ¶ 9. Nulla pars aliquota ꝓportionis maioris inequalitatis est maior medietate eiusdē. Nec aliqua pars aliquota ꝓportionis inequalitatis est minor proportio medietate eiusdē. ¶ 10. Si minor duaꝝ ꝓportionum maioris inequalitatis detrahatur ex maiori quo ad possit nulla remanebit aut remanebit minor illa minori. Et si maior duarum minoris inequalitatis detrahať ex minori quo ad possit nichil remenebit aut remanebit maior illa maiori. ¶ 11. Si detracta minori ꝓportione maioris inequalitatis ex maiori quo ad possit supersit aliqua maior nō erit multiplex minoris. Et si maior nō fuerit multiplex minoris minori ab ipsa detracta quo ad possit remanebit mīor minori residua tñ pars maioris ab illa que supererit erit multiplex minoris vel illi equalis. ¶ 12. Si detracta maiori ꝓportione mīoris inequalitatie ex minori quo ad possit supsit aliq̄d maior nō erit ꝑs aliquota mīoris. Et si maior nō fuerit ꝑs aliquota mīoris ipsa ex minori detracta q̄ ad possit remāebit maior maiori residua tñ ꝑs ab illa q̄

remanebit erit equalis illi maiori vel illa maior erit illi us pars aliquota. ¶ 13. Si duarum proportionū maioris inequalitatis inequaliū minor fuerit ps aliquota maioris illa ex maiori detracta quo ad possit nichil superit & si nichil supersit ex tali detractione minor erit ps aliquota maioris. Si aūt duarum proportionū minoris ineq̄litatis inequaliū maior sit ps aliquota minoris ipsa ex minori detracta quo ad possit nichil supererit & si ex tali detractione nichil supersit maior erit p aliquota minoris. ¶ 14. Quelibet q̄titas ꝯtinua in quecūq; proportione maioris inequalitatis ad aliquā partem se hȝ & in quecūq; pportione minoris inequalitatis aliqua pars sua in ordine ad ipsā se hȝ. Et q̄libet saltem finita in quecūq; minoris inequalitatis ad aliquā se pōt hr̄e ¶ 15. Si pmū fuerit tota ps aliquota aut tot similes partes aliquote scdi vt tertiū quarti erit pmi ad scdm ea pportio q̄ tertij ad quartū. Et si pmi ad scdz fuerit ea pportio q̄ tertij ad quartū & pmu sit pars aliquota scdi erit tertiū tota pars aliquota quarti. Et si pmū scdi sit ptes aliq̄te erit tertiū tot & tote ptes aliq̄te q̄rti.

His premissis ponā ppositiones, q̄ scdm oia pncipia superi⁹ tacta sitatem hn̄t, sicut inductiue poteris in oibus experiri & si earum demōstratiōes velis videre, recurre ad scdm elemētorum nostre arithmetice speculatiue. & ibi eas oēs reperies. prima igitur est ista.

¶ Si fuerint due pportiones equales & añs vni⁹ sit maius ꝯñe eiusdē erit añs alteri⁹ maius suo ꝯñte & si minus min⁹ & si equale equale. Et si añs vni⁹ nūeret ꝯñs eiusdē añs alterius nūerabit suum ꝯñs equaliter. ¶ 2. Si quotcūq; termini equales eidē tertio pportionētur omnes proportiōes prouenītes erūt equales. Similiter & si idem quotcūq; equalibus proportionet oēs q̄ prouenīēt erūt equales. Et si quotcūq; termini equales inter se totidē equalibus inter se proportionētur oēs pportiones puenītes erūt equales. Et ex ꝯñti si aliquarum pportionū añtia sint equalia vel idē illis ꝯmune & ꝯña etiā sint equalia vel idem ipsis ꝯmune oēs sūt equales. ¶ 3. Si duo termini inequales eidem tertio pportionētur prouenīēt pportiones ineq̄les & maioris ad illū erit maior pportio q̄ minoris ad eundē. Et si idē duob⁹ inequalib⁹ pportionetur puenient proportiones iequales & illi⁹ ad minorem maior erit pportio q̄ illi⁹ ad maiorē. Ex hac constat q̄ si duo termini equales duob⁹ inequalib⁹ proportionētur aut duo inequales duob⁹ equalib⁹ prouenīēt pportiones inequales. ¶ Patet vltra ex hijs duab⁹ q̄ si pportionum equaliu añtia sint equalia earundē ꝯña erunt eq̄lia & si inequalia inequalia. Et si ꝯña sint equalia añtia erūt equalia & si iequalia inequalia. Et ex ꝯñti si ex cōparatione alicui⁹ termini ad aliquos duos puenīāt similes pportiones illi duo sūt equales & si dissimiles inequales. Et ille ad quē maiorē hȝ pportionem erit minor saltē si ad illos ꝯparetur scdm eandē rōnem. Et si ex ꝯparatione duorū terminorū ad eundē tertiū prouenīant similes pportiōes illi sūt equales & si dissimiles inequales & ille qui maiorē hȝ proportionē supra illum erit maior saltem si illa ꝯparentur scdm eandē rōnem. ¶ Patet finaliter q̄ si duorum inequalium minori inuariato mai⁹ crescat pportio minoris ad illud min⁹ maiorabitur minoris vero ad mai⁹ minorabit. Et si mai⁹ decrescat pportio maioris ad min⁹ minorabitur minoris vero ad illud maiorabit. Et si maiori inuariato minus decrescat pportio maioris ad illud maiorabit minoris vero ad illud minorabitur. Et si crescat proportio maioris ad illud minorabitur illi⁹ vero ad maiorē maiorabitur. ¶ 4. Si maioris duarū proportionū inequaliū añs sit min⁹ añte alterius vel illi equale erit ꝯñs illi⁹ min⁹ ꝯñe alterius & si ꝯñs illius fuerit mai⁹ ꝯñe alterius vel illi equale añs eiusdem erit mai⁹ añe alterius. ¶ 5. Si pmi ad scdm fuerit maior pportio q̄ tertij ad quartū erit scdi ad pmū minor q̄ quarti ad tertium. ¶ 6. Si duarū proportionū equaliū añs vnius fuerit maius añte alterius erit ꝯñs eiusdē maius ꝯñe alteri⁹ & si minus min⁹ & si equale eq̄le. Et si ꝯñs vni⁹ fuerit maius ꝯñe alterius erit añs ipsius mai⁹ añe & si min⁹ minus & si equale equale. ¶ 7. Si pmi ad scdm fuerit ea proportio q̄ tertij ad quartū erit ꝯuersim scdi ad pmum q̄ quarti ad tertiū. Et hoc idē est dictu ac si dicēt q̄ mod⁹ arguēdi qui dr̄ conuersa proportionalitas est bon⁹. ¶ 8. Si quotcūq; termini pmo ordine disponantur totidē q; alij scdo ordine disponātur fueritq; primi ad scdm in pmo ordine ea pportio q̄ primi ad scdm in alio & scdi ad tertium ea q̄ scdi ad tertiuȝ. Et ita deinceps erit primi ad vltimū in pmo ordine que primi ad vltimū in scdo. Et hoc idē est dictu ac si dicētur q̄ modus arguēdi qui dr̄ equa proportionalitas directa est bonus. ¶ Et ex isto mō argumētandi apparet primo q̄ si pmi ad scdm sit ea pportio q̄ tertij ad quartū cuiuslibet ptis aliquote primi ad scdm erit q̄ similis partis aliquote tertij ad quartū & pmi ad quālibet partem aliquotā scdi que tertij ad totā quarti si pmū habeat oīno tales partes aliquotas sicut tertiū & econuerso: & tertiū ꝯsimiliter sicut quartū & econuerso. ¶ Patet vltra ex hoc modus scdm quem quibuscūq; nueris datis & ipsis quocūq; ordine dispositis ꝯtinget totidē q̄titates ꝯtinuas reperire ita se hn̄tes q̄ pme illarū ad scdam erit ea proportio q̄ pmi illorum numerorū ad scdz & scde ad tertiā q̄ scdi ad tertiū & ita deinceps. ¶ Hoc eīm sic poteris reperire in trib⁹ sint a b c quicūq; tres numeri ita dispositi q̄ a sit prim⁹ b scds & c terti⁹ & sit d vnitas & e quecumq; q̄titas ꝯtinua & sumat f ita se hn̄s ad e vt a ad d & g ad e vt b ad d & h ad e vt c ad d Tunc dico q̄ proportio f ad g est q̄ a ad b & g ad h que b ad c q2 ex ypothesi & ex ꝯuersa pportionalitate a ad d est que f ad e/ & d ad b que e ad g ergo per hāc pportionalitatē a ad b que f ad g. Et eodē mō ꝯstat q̄ b ad c est que g ad h & eodē modo procedat si plures nūeri sumātur & ꝯsimiliter etiā poteris pcedere ad inueniēdum simile in alijs terminis quicūq; fuerint illi dū sint eiusdē rōnis inter se. ¶ 9. Quotcūq; terminis primo ordine dispositis totidē q; alijs scdo ordine dispositis si fuerit pmi ad scdm in pmo ordine ea proportio q̄ penultimi ad vltimū in scdo & scdi ad tertium in eodē primo que añpenultimi ad penultimū i alio & ita deinceps erit primi ad vltimū in primo q̄ pmi ad vltimū in scdo. Et hoc idē est dictu ac si dicētur q̄ mod⁹ arguēdi qui dr̄ proportionalitas equa idirecta valet. ¶ 10. Si q̄tcumq; termini pmo ordine disponātur totidē q; alij secūdo ordine disponātur & pmi ad scdm in pmo non sit minor pportio q̄ primi ad scdm in alio nec scdi ad tertium minor q̄ scdi ad tertiū & ita de alijs sed aliqua talium pmi ordinis aliqua taliū scdi sibi correspōdente sit maior erit pmi ad vltimū in pmo maior q̄ primi ad vltimuȝ in alio. Et si pmi ad scdm in pmo nō sit minor q̄ penultimi ad vltimum in alio nec scdi ad tertium in primo q̄ añpenultimi ad penultimum in secundo & ita deinceps donec ad vltimū primi & primū vltimi deueniatur sed aliqua taliū primi ordinis aliqua taliū secundi sibi correspondente sit maior erit primi ad vltimum in primo ordine maior pportio q̄ primi ad vltimū i scdo

¶ .11. Si quotcūqꝫ termini eiusdē rōnis sūpti in nūe=
ro finito i ordine ad totidē alios eiusdē rōnis ita se ha=
beant ꝙ primi ad ꝑmum sit ea ꝓportio q̄ scdi ad scdm
⁊ ita deinceps erit ꝯpositi ex illis ad ꝯpositum ex aliis
q̄ primi ad primū. Et ex ꝯn̄ti si duo termini eiusdē ra=
tionis inter se ad duos alios eiusdē rōnis inter se fu=
erint eq̄ multiplices erit illorū multiplicū iter se eadē
ꝓportio que submultiplicium. ¶ .12. Si primi ad scdꝫ
fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartū erit ꝑmutatim
primi ad tertiū que tertij ad quartum ⁊ hoc idē est dic=
tū ac si diceretur ꝙ modꝰ arguēdi q̄ dr̄ ꝑmutata pro
portionalitas valet. Et iā est ꝙ cuiuscūqꝫ totꝰ ad qd=
libet aliud totū est ea ꝓportio q̄ cuiuscūqꝫ ꝑtis aliquo
te illius ad totam ꝑtem aliquotam alterius si habeat.
¶ 13. Si aliquid multiplicet̄ ꝑ aliquē numerū erit ꝓ
ducti ad multiplicatū ea ꝓportio q̄ nūeri multiplican=
tis ad vnitatē. ¶ Ex hoc ꝯstat ꝙ cuiuscūqꝫ ꝓducti ex
duobus nūeris ad quēlibet illorū est ea proportio q̄ al
teriꝰ ad vnitatē ⁊ ex ꝯn̄ti si q̇libet illorū sit maior vnita
te ꝓducti ad quēlibet illorum est proportio multiplex
a reliquo denominata. ¶ 14. Si idē nūerus duo eius
dem rōnis q̄cūqꝫ fuerint multiplicet erit proportio ꝓ
ductoꝝ q̄ multiplicatoꝝ. Et si duo nūeri idē q̇dcūqꝫ fu
erint multiplicēt erit ꝓportio productoꝝ q̄ illoꝝ nume=
rorum. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ qualiscūqꝫ est ꝓportio alicꝰ
ad alterū talis est cuiuscūqꝫ nūerati ab illo ad equalr
numeratum ab alio ⁊ si idē numeret aliqua duo cuius=
cūqꝫ illoꝝ nūeratorū ad reliquū est ea ꝓportio q̄ nūe=
ri ꝑ quē illud nūeratur ab illo ad numerū ꝑ quem reli=
quum nūeratur ab eodē. Et ex ꝯn̄ti si quotcūqꝫ termi
ni ꝯtinuo ꝓportionales in eundē numeꝝ ducātur q̄ ꝓ=
ducētur erunt ꝯtinuo ꝓportionalia scd̄m eandē ꝓpor
tionem. Et si idem in quotcūqꝫ numeros ꝯtinuo ꝓpor
tionales ducat̄ producta erunt termini cōtinuo ꝓpor=
tionales scd̄m proportionē illoꝝ nūerorū ⁊ ita de dis=
cōtinuo ꝓportionalibus. Patet vltra ꝙ si aliqua que
cūqꝫ fuerint ꝑ eundē numerū numerēt totidem alia ⁊
nūerantia aut nūerata sint ꝯtinuo aut discontinuo ꝓ=
portionalia erūt alia eorūdē similī mō ⁊ scd̄m eandē
proportionē ꝓportionalia. Et si idē ꝑ quotcūqꝫ nume
ros nūeret totidē alia ⁊ nūerata aut numeri illi sint cō
tinuo aut discōtinuo ꝓportionalia erūt alia illorū simi=
li mō ⁊ scd̄m eadē proportionem ꝓportionalia. ¶ .15.
Si ꝑmi ⁊ scdi ꝯiūctum ad scdm fuerit ea ꝓportio que
tertij ⁊ quarti ꝯiunctum ad quartū erit ꝑmi ad scdm q̄
tertij ad quartū. Et si ꝑmi ad scdm sit q̄ tertij ad quar
tū erit ꝑmi ⁊ scdi ꝯiunctum ad scdm q̄ tertij ⁊ quarti ꝯ=
iunctū ad quartum. Prima ꝑs huiꝰ in valore ꝓponit
modū arguēdi qui dr̄ disiuncta ꝓportionalitas valere
Scda aūt ꝓponit modū arguēdi qui dr̄ ꝯiuncta ꝓpor
tionalitas valere. ¶ 16. Si ꝑmi ad scdm fuerit ea pro
portio q̄ tertij ad quartū erit ꝑmi ⁊ scdi cōiunctum ad
ꝑmum q̄ tertij ⁊ quarti ꝯiunctum ad tertium ⁊ si ꝑmi ⁊
scdi ꝯiunctum ad primum sit q̄ tertij ⁊ quarti ꝯiunctum
ad tertiū erit ꝑmi ad scdm q̄ tertij ad quartū. Prima
ꝑs in valore proponit ꝙ modꝰ arguēdi qui dr̄ ꝓportio
nalitas euersa ꝯiuncta sit bonus. Scda aūt ꝓponit ꝙ
ille q̄ dr̄ ꝓportionalitas euersa disiūcta valeat. ¶ 17
Si ꝓportio totiꝰ ad alterū totū sit q̄ detracti ex illo ad
detractū ex alio residui ipsiꝰ ad residuū alteriꝰ ē q̄ to
tiꝰ ad totū. et si residui ad residuū sit q̄ detracti ad de=
tractū erit totius ad totū q̄ residui ad residuū. ¶ Ex
hac ꝑꝫ ꝙ si sint duo īeq̄lia ⁊ a q̄lꝫ illoꝝ auferat̄ aliq̄d
qd̄ sit tota ꝑs aliq̄ta aut tot siles ꝑtes aliquote ipiꝰ si=
cut minus illorū respectu maioris aut in eadē ꝓportio
ne se habet ad illud sicut minꝰ ad maiꝰ erit residui ma

ioris ad residuū minoris q̄ maioris ad minꝰ. Patꝫ vl=
tra ꝙ si ꝑmi ad scdꝫ fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quar
tum ⁊ excessus ꝑmi ad secundum sit equalis excessui
tertij ad quartū erit ꝑmus equalis tertio ⁊ scds equa
lis quarto. Et si fuerit maior ꝑmus erit maior tertio:
scds quarto. ¶ 18. Si totius ad totū fuerit maior pro
portio q̄ꝫ detracti ad detractū erit residui ad residuū
maior q̄ꝫ totius ad totū. ¶ Ex hijs duabꝰ constat ꝙ si
duoꝝ inequaliū maioris ad maiꝰ aliorū duorū inequa=
lium sit ea ꝓportio q̄ minoris illorū ad minꝰ aliorū erit
dr̄e illoꝝ ad dr̄am aliorum q̄ maioris ad maius. Patꝫ
vltra ꝙ si fuerint tres termini inequales ꝯtinuo ꝓpor
tionales dr̄e maiorū ad dr̄am minorū erit ea ꝓportio
q̄ maximi ad mediū ⁊ q̄ medij ad minimū ⁊ dr̄e miorū
ad dr̄am maiorū q̄ minimi ad mediū ⁊ q̄ medij ad maxi
mū. Et ex ꝯn̄ti si fuerint plures q̄ꝫ tres ꝯtinuo ꝓpor=
tionales inequales dr̄e illorū erunt ꝯtinuo ꝓportiona
les scd̄m eorū proportionē. ¶ 16. Si detracti ad de=
tractum fuerit maior ꝓportio q̄ꝫ residui ad residuum
erit totius ad totū minor q̄ꝫ detracti ad detractū ⁊ ma
ior q̄ꝫ residui ad residuum. Et si detracti ad detractuꝫ
sit minor q̄ꝫ residui ad residuū erit totius ad totū ma=
ior q̄ꝫ detracti ad detractum ⁊ minor q̄ꝫ residui ad resi
duū. ¶ Ex ꝑn̄ti ꝯstat ꝙ si fuerint duo īequalia ⁊ vtri=
qꝫ aliquid addatur maior tn̄ sit ꝓportio additi vniꝰ ad
additū alteriꝰ q̄ꝫ illiꝰ ad alterū ꝓportio illiꝰ ad alteruꝫ
maiorabit̄ alteriꝰ vero ad ip̄m minorabit̄. Et si fuerit
mior ꝓportio additi vniꝰ ad additū alteriꝰ q̄ꝫ illius ad
alterum ꝓportio illius ad alterū minorabit̄ alterius ꝓo
ad ip̄m maiorabit̄. Et si additi vniꝰ ad additū alterius
fuerit ea ꝓportio q̄ illius ad alterū proportio illius ad
alterū manebit inuariata similr̄ ⁊ alterius ad ip̄m. Et
inde est ꝙ si tm̄ addatur minori duorū inequaliū sicut
maiori ipsorum aut maius minori q̄ꝫ maiori ꝓportio illi
us ad maiorē maiorabit̄ maioris vero ad illū minorabi
tur. Patꝫ vltra ꝙ si ab vtroqꝫ duorū inequaliū aliq̄d
auferatur ⁊ mior sit ꝓportio ablati ex vno ad ablatū
ex alio q̄ꝫ eius ad alterū ꝓportio illius ad alterū maio
rabitur alterius vero ad ipsū miorabitur. Et si fuerit
maior ꝓportio illius ad alterū minorabit̄ alterius ꝓo
ad ipsum maiorabitur. Et si fuerit equalis proportio
manebit equalis. Et inde est ꝙ si tantū aut magis auf
feratur ex minori q̄ꝫ ex maiori ꝓportio minoris ad ma=
iorē miorabit̄ maioris ꝓo ad ip̄m maiorabit̄. Pꝫ vltra
ꝙ si .2. ineq̄libꝰ crescētibꝰ aut decrescētibꝰ ꝓportio de
beat manere eadē in eadē ꝓportione in qua maiꝰ ē ma
ius miori debebit acquirere aut deꝑdere magis q̄ꝫ mi
nus ⁊ minus in eadē ꝓportione in qua est altero minꝰ
debet acquirere aut deꝑdere minus alio. Patꝫ vltra
ꝙ si aliquid vniformiter crescat in aliquo tp̄e in quali
bet parte ꝑcedenti illiꝰ maiorē ꝓportionē acquiret su=
pra se q̄ꝫ in ꝑte equali illiꝰ sequēti ⁊ si in aliquo tp̄e vni
formiter decrescat in qualibꝫ ꝑte ꝑcedenti illius mino
rem ꝓportionem maioris inequalitatis deꝑdet q̄ꝫ in ꝑ
te equali illius sequēti ⁊ maiorē minoris inequalitatis
acquiret. Si igit̄ aliquid in aliquo tp̄e ꝓportionabilr̄
debeat crescere opꝫ ꝙ in qualibet ꝑte ꝑcedenti illius
in eadē ꝓportione acquirat minus q̄ꝫ in ꝑte equali se=
quēti in qua in principio illiꝰ est minꝰ q̄ꝫ in principio al=
terius. Et si eque ꝓportionabilr̄ debeat aliq̄d decre=
scere in aliquo tp̄e opꝫ ꝙ in qualibꝫ ꝑte ꝑcedēti illius
deꝑdat magis q̄ꝫ in ꝑte equali sequēti i eadē ꝓportio=
tione in qua in principio illius est maius q̄ꝫ in pricipio
alterius. Hoc ex tertio correlario p̄sētis manifeste de
ducit̄. ¶ 20. Si fuerint infiniti termini ex quibꝰ cōsti=
tuatur vnū finitū ⁊ ad oēs illos sumātur eq̄ multipli=

ces erit ꝯpositum ex oībus illis multiplicibꝰ eq̄ multiplex respectu ꝯpositi ex illis sicut vnusq̄sq; illoꝝ multiplicium respectu sui correlatiui. ❡ Ex hac cōstat ꝙ in casu ꝓpōnis ꝯpositum ex illis multiplicibꝰ est finitum q̄ resultat ex cōposito ex illis terminis finities sūpto adequate ⁊ finitū finities sumptū reddit finitū. ❡ 21. Si aliquod finitū diuidaẜ in infinitas ꝑtes adequate q̄ certo ordine ponātur ⁊ aliud totū etiā adequate diuidatur in infinitas ꝑtes q̄ certo ordine sumātur tunc si ꝑma ꝑmi sit equalis ꝑme scd'i ⁊ scd'a scd'e ⁊ ita deinceps illud ꝑmū erit equale illi scd'o ⁊ si ꝑma primi sit maior ꝑma scd'i ⁊ scd'a sit etiam maior scd'a ⁊ ita deinceps erit ꝑmū maius scd'o ⁊ si ꝑma esset minor prima ⁊ scd'a minor scd'a ⁊ ita deinceps erit ꝑmuȝ minꝰ scd'o ❡ Ex hac ꝯstat ꝙ si infiniti termini aliquo ordine dispositi in ordine ad alios īfinitos alio ordine dispositos ita se habeant ꝙ ꝑmi ad ꝑmū sit ea ꝓportio q̄ scd'i ad secundū ⁊ ita deinceps ⁊ ꝯpositum ex illis sit finitum erit etiā ꝯpositum ex alijs finitum. ❡ 22. Si quarumcūq; ꝓportionū equaliū añtia ꝯiūgātur similiter ⁊ ꝯñtia fuerintq; tale ꝯpositū ex illis añtibus aut ex illis ꝯñtibꝰ finitū erit ꝯpositi ex illis oībus añtibus ad ꝯpositum ex illis oībus ꝯñtibus ea ꝓportio q̄ vnꝰ illorum añtiū ad ꝯñs sibi relatū. ❡ Ex hac cōstat ꝙ si aliquod totū sit diuisū in ꝑtes ꝓportionales in quacūq; ꝓportione si totū ꝑ talē diuisionē ꝯsumatur erit illius totiꝰ ad illas omnes ꝑtes ꝓportionales dēpta ꝑma ea proportio q̄ ꝑme ad scd'am ⁊ q̄ scd'e ad tertiā hoc itellige saltē si diuidaẜ in infinitas ꝑtes si eñ aliquod totū diuidētur in tres ꝑtes adequate aut in plures ita ꝙ prime ad scd'aȝ esset ea ꝓportio que scd'e ad tertiā ⁊ que tertie ad quartā ⁊ ita deinceps si plures fuerint quod facile pōt fieri tam in nūeris q̄ extra nūeros sicut pȝ de nūero adeq̄te ꝯposito ex tribꝰ aut quatuor cōtinuo ꝓportionalibus ⁊ ita de ꝯposito ex quinq; aut quotcūq; finitis tūc tale totū diuidētur ꝑ ꝑtes ꝓportiōales ⁊ ꝑ talem diuisionē totū cōsumeretur tñ no ꝯtingeret illud addiẜ etiā notāter illa ꝑticula si totū ꝑ taleȝ diuisionem ꝯsumatur q̄ alias q̄tumcūq; diuidētur in infinitas ꝑtes ꝓportionales nō haberet illud ꝑuum si vis ergo aliquod ꝯtinuuȝ in infinitas ꝑtes ꝓportionales diuidere in quacūq; ꝓportione velis si totū debeat ꝑ talem diuisionē cōsumi inuenies ꝑtē illius totius cuiꝰ ad illā sit ea ꝓportio scd'm quā vis illud taliter diuidere ⁊ residuū ab illa capies ꝓ ꝑma parte proportionali ⁊ pro scd'a vnā aliā in ordine ad quā illa ꝑma se habeat in tali ꝓportione ⁊ ita deinceps ꝓcedēs in inuētione tertie ⁊ aliarū ⁊ si nescires talem ꝑtem inuenire nescires diuidere tale corpꝰ in infinitas ꝑtes ꝓportionales scd'm taleȝ proportionē. Ex quo pȝ ꝙ licet diuiso aliquo toto in infinitas ꝑtes ꝓportionales adequate scd'm duplā ꝓportionē illius totiꝰ ad ꝑmā partē ꝓportionalem sit ea ꝓportio que ꝑme ad scd'aȝ tñ scd'm nullam aliā proportionē ipo taliter diuiso illud ꝯtinget sȝ vniuersaliẜ si scd'ȝ ꝓportionē maiorē dupla diuidatur illius totiꝰ ad ꝑmam ꝑtem proportionalē erit minor ꝓportio q̄ illius ꝑme ad scd'am ⁊ si scd'm ꝓportionē minorē dupla illius ad ꝑmā partē ꝓportionalē esset maior ꝓportio q̄ illius ꝑme ad scd'am si eñ a totū debeat diuidi in infinitas ꝑtes ꝓportionales adequate scd'm ꝓportionem maioreȝ dupla ⁊ ꝑma ꝑs proportionalis eius sit b ⁊ totū residuum sit c ex p̄nti correlario a ad c debebit esse maior ꝓportio q̄ dupla q̄ illa scd'ȝ quā taliter diuidiẜ ⁊ ꝑ ꝯñs c erit minor ꝑs q̄ medietas a: ⁊ ꝑ ꝯñs b erit maior ꝑs q̄ medietas ipius et per ꝯñs a ad b est minor ꝓportio q̄ dupla ⁊ si sit diuidaẜ scd'ȝ minorem dupla ⁊ b sit ꝑma ꝑs eius ⁊ c totū residuum tūc ex p̄nti correlario ꝓportio a ad c erit minor dupla ⁊ per ꝯñs c est maior pars q̄ medietas a ⁊ ꝑ ꝯñs b est minor ꝑs medietate eiusdē ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓportio a ad b est maior dupla vñ ꝯstat ꝓpositum. ❡ Hic tñ aduerte ꝙ si vellemus aliquod totū diuidere in ꝑtes ꝓportionales finitas nō eodem mō sumēda esset ꝑma pars proportionalis sicut si deberet diuidi infinitas ꝑtes ꝓportionales scd'm eandē ꝓportionem si eñ velles diuidere lineā quindecupedalē adequate in ꝑtes ꝓportionales scd'm ꝓportionem duplā caperes partē octupedalem illius ꝓ ꝑma ꝑte ꝓportionali ⁊ si in infinitas pars eius septupedalis cū semis esset ꝑma sed raro in philosophia in materijs calculationū fit mētio de diuisione corporis adequate in ꝑtes ꝓportionales finitas sȝ tali mō diuidēdo etiam nō oporteret ꝙ totiꝰ ad ꝑmam ꝑtem ꝓportionalem esset ea ꝓportio que prime ad secundā magis q̄ diuidēdo alio mō ymo nō ꝯtingeret illud adhuc q̄n diuidereẜ scd'm duplā ꝓportionē aut aliquā aliā rationalē ꝓut ex .4. eplo poterit ꝯstare sȝ si diuidereẜ scd'm duplā illꝰ ad ꝑmā ꝑtem proportionalem erit minor proportio q̄ ꝑme ad scd'am. Sed vtrū illud possit aliquādo ꝯtigere est difficultas ⁊ pari forma an vniuersaliter aliquo taliẜ diuiso scd'm proportionē maiorē dupla illius ad ꝑmā debeat esse mior ꝓportio q̄ ꝑme ad scd'am ⁊ si scd'm minorē an maior. Ad ꝑmum istoꝝ dico ꝙ si possit linea aliqua diuidi in tres ꝑtes aut plures finitas. Ita ꝙ illius ad primā ꝑtem sit ea proportio q̄ ꝑme ad scd'am ⁊ q̄ scd'e ad tertiaȝ ⁊ ita deinceps quēadmodū euclides docet in .29. cōclusiōe 6. diuidere lineā in duas ꝑtes scd'm ꝓportionem hñtem mediū ⁊ extrema hō poterit illud cōtingere sinautem nō dubiū tñ est an illud possit cōtingere et ex ꝯñti qd' querit dubiū erit. Pro alijs q̄ petis dico primo ꝙ vl'r si aliquod totū adequate diuidatur in ꝑtes proportionales finitas scd'm ꝓportionē maiorē dupla illꝰ totius ad ꝑmā partem erit minor ꝓportio q̄ ꝑme ad secundā. Dico scd'o ꝙ diuidēdo ipm scd'm proportioneȝ minorem dupla interdū ꝓportio totiꝰ ad ꝑmam partē est maior q̄ ꝑme ad scd'am ⁊ interdū minor. Exemplū ꝑmi paȝ diuidendo numeꝝ .38. in numerū .18. ⁊ in numerum .12. ⁊ in numerū .8. Exemplū scd'i pȝ diuidendo nūerum .651. i nūerū .361. ⁊ in .190. ⁊ in .100. ❡ 23. Si quotcūq; proportionū nō equalium quaruȝ aliqua est maxima añtia coniungātur similiter ⁊ ꝯñtia fuerintq; ꝯpositū ex oibus añtibus finitū similiter ⁊ cōpositum ex oibus ꝯñtibus erit ꝯpositi ex oibus añtibus ad ꝯpositū ex oibus ꝯñtibus mior proportio q̄ sit maxima illaꝝ. Et si taliū aliqua esset mīna erit illa maior q̄ sit illa minima. ❡ Ex p̄nti cōstat ꝙ si fuerint quotcūq; proportiones nō equales ⁊ ꝯpositum ex añtibus omniuȝ illaꝝ sit finitum similiter ⁊ ꝯpositū ex cōsequētibus oīm illarū erit ꝯpositi ex oibus illis añtibus ad cōpositū ex omnibꝰ illis ꝯñtibus maior ꝓportio q̄ ꝯpositi ex oibus illis añtibus dempto añte maxime ad cōpositū ex oibus ꝯñtibus dempto ꝯñte eiusdem maxime si talis fuerit inter eas. Et si fuerit minima inter eas erit ꝯpositi ex oibus illis añtibꝰ ad ꝯpositum ex oibus illis ꝯñtibus maior q̄ cōpositi ex oibus añtibus dempto añte illius ad cōpositū ex omnibꝰ ꝯñtibus dempto ꝯñte eiusdē. Pateȝ vltra ꝙ si duorū añtium eiusdē rōnis inter se ad duo ꝯñ̄a eiusdē rōnis inẜ se sint ꝓportiones ineq̄les ⁊ ille ꝓportiones sint eiusdem rōnis cōposita ex illis añtibus ad ꝯpositū ex illis ꝯñtibus erit proportio q̄dā media inter illas ita ꝙ erit maior minori ⁊ mior maiori illaꝝ ⁊ interdū erit media

geometrice inter illas duas ⁊ interdū maior tali ⁊ īterdū
mior tāli ⁊ īterdū media arithmetice ⁊ īterdū maior ta-
li ⁊ interdū mior. Exemplū pⁱmi p3 ꝯparando .16. ad
vnū ⁊ .12. ad .6. Exemplū scdi p3 ꝯparādo .8. ad vnū
⁊ .4. ad .2. ⁊ ibi patꝫ exemplū quarti. Exemplū tertij
p3 ꝯparando .16. ad vnū ⁊ .24. ad .12. ⁊ ibi p3 etiā3
exemplū vltimi. Sed exemplū quinti p3 ꝯparādo .8.
ad vnū ⁊ .2. ad vnum. Et ex hijs potest etiam appare-
re vnū aliud qđ forte videretur mirabilius vc3 ꝙ stat
bñ ꝙ duo añtia eiusdē rōnis inter se habeant aliquas
proportiones eiusdē rōnis supra duo ꝯñtia eiusdē rō-
nis inter se ⁊ alia duo añtia eiusdē rōnis inter se habe-
ant equales ꝓportiones cu3 illis supra alia duo ꝯñtia
eiusdem rōnis inter se ⁊ tñ cōpositū ex pⁱmis añtibus
habebit maiorē proportionē aut minorē supra ꝯpositū
ex suis ꝯñtibus ꝙ cōpositum ex alijs habeat supra ꝯ-
positum ex suis. Exemplū p3 ꝯparādo ex vna parte
32. ad .2. et .12. ad .6. ⁊ ex altera pte ꝯparando .16. ad
vnum ⁊ .24. ad .12. ⁊ ꝓpterea quibuscūq3 duab⁹ pro-
portionib⁹ eiusdem rōnis inequalib⁹ datis ⁊ data qua-
cūq3 alia proportiōe eiusdē rōnis cum illis q̄ sit maior
minori ⁊ minor maiori ꝯtīget repire duo añtia ipsmis
duabus proportionib⁹ se hñtibus ad duo ꝯñia ⁊ tñ cō-
positum ex illis duobus añtibus ad ꝯpositum ex illis
duobus ꝯñtibus se habebit in maiori ꝓportione ꝙ sit
illa tertia data ⁊ cōtinget etiā reperire oppositum sc3
vbi se habebit in miori ꝓportione ꝙ sit illa data. Pri-
mum eñ repitur capiēdo minorē illaꝝ in minorib⁹ ⁊
miorībus terminis terminis alteri⁹ inuariatis aut ca-
piēdo maiorē in maioribus ⁊ maiorib⁹ terminis termi-
nis alteri⁹ inuariatis ⁊ scđʒ ꝯtingeret econuerso proce-
dēdo puta capiēdo miorē in maiorib⁹ ⁊ maiorib⁹ cōti-
nuo aut maiorē in minorib⁹ ⁊ minorib⁹ ꝯtinuo. ¶ 24.
Si fuerint tres termini ordinatim ꝯtinuo ꝓportiona-
les erit cōpositi ex pⁱmo ⁊ scđo ad pⁱmum ea proportio
q̄ cōpositi ex pⁱmo ⁊ ex tertio ⁊ ex scđo bis sumpto ad
ꝯpositum ex pⁱmo ⁊ ex scđo. ¶ 25. Si fuerint due pro-
portiōes inequales añtis maioris ad ꝯñs minoris erit
maior ꝓportio ꝙ ꝯñtis illius ad ꝯñs minoris ⁊ añtis
⁊ ꝯñtis maioris simul sumptorum ad ꝯñs illius maior
etiā ꝙ añtis ⁊ ꝯñtis alterius simul sumptorū ad ꝯñs
eiusdem ad añs aūt minor. ¶ 26. Si duoꝝ terminoꝝ
simul sumptoꝝ ad alterū eorūdem fuerit maior ꝓpor-
tio ꝙ alioꝝ duorum simul sumptorū ad alterū eorūdē
erit alterius pⁱmoꝝ ad eūdē illoꝝ maior ꝙ reliqui ali-
orū ad eundē ipsorum et si minor minor. ¶ 27. Si dr̄e
duorum inequaliū ad drām alioꝝ duoꝝ inequalium fu-
erit ea ꝓportio q̄ maioris illoru3 ad maius alioꝝ aut q̄
minoris ad min⁹ erit maioris ad min⁹ ipsoꝝ q̄ maioris
ad minus alioꝝ. Et si fuerit minor ꝙ maioris ipsorum
ad mai⁹ alioꝝ aut ꝙ minoris ad minus erit minor pro-
portio maioris ad min⁹ ipsoꝝ ꝙ maioris ad minus ali-
orum minoris aūt ad maius ipsoru3 erit maior ꝙ mino-
ris ad maius alioꝝ. Et si fuerit maior ꝙ maioris ipso-
rum ad mai⁹ aliorum aut ꝙ minoris ad min⁹ erit maio-
ris ad minus ipsoꝝ maior ꝙ maioris ad min⁹ aliorum
¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si duoꝝ inequaliū drā sit minor drā
aliorum duoꝝ inequaliū vel illi equalis ⁊ maius illoꝝ
sit maius maiori aliorū aut minus sit mai⁹ minori erit
maioris ad minus ipsoꝝ mior proportio ꝙ maioris ad
minus alioꝝ. Et si duoꝝ inequalium drā sit minor drā
aliorum duorū inequaliū ⁊ maius equale maiori alioꝝ
aut minus sit equale minori erit etiā maiori3 ad minus
ipsorū minor proportio ꝙ maioris ad minus aliorum.
¶ Patꝫ vltra ꝙ si inter duo īequalia debeat esse ea ꝓ-
portio que inter alia duo inequalia drē illorū ad drām
alioꝝ debebit esse q̄ maioris illorum ad maius aliorū
⁊ que minoris ad minus. ¶ 28. Si duarū proportionū
equaliū ꝯpositum ex añte ⁊ ꝯñte vnius sit equale com-
posito ex añte ⁊ ꝯñte alterius erit añs vni⁹ equale añ-
ti alterius ⁊ ꝯñs ꝯñti. Et si duarū inequaliū ꝯpositum
ex añte ⁊ ꝯñe vni⁹ sit equale ꝯposito ex añte ⁊ ꝯñe al-
terius erit añs maioris maius añte mioris ⁊ ꝯñs ma-
ioris minus ꝯñe mioris. ¶ 29. Si duorū equaliū vna
pars vnius vna pte alteri⁹ fuerit maior erit illius ptis
ad residuā partē eiusdem maior ꝓportio ꝙ illi⁹ partis
alteri⁹ ad residuā ptem eiusdē. Et si minoris duorum
inequaliū vna pars vna parte alteri⁹ fuerit maior aut
illi equalis erit illi⁹ ptis minoris ad residuā partē eius
maior ꝙ illi⁹ maioris ad residuā ei⁹. ¶ 30. Si alicui⁹
termini ad quotcūq3 terminos fuerint eedē proportio-
nes q̄ alterius ad totidē alios erit illi⁹ ad oēs illos pa-
riter acceptos ea que alteri⁹ ad omes alios parit ac-
ceptos. ¶ Ex hac cōstat ꝙ si quotcūq3 terminorū ad
aliquem fuerint eedē ꝓportiones q̄ totidē aliorum ad
alterū erit cōpositi ex illis oībus ad illum ea q̄ ꝯpositi
ex alijs omnib⁹ ad alterum. ¶ 31. Si quotcūq3 termi-
ni ad eundē ꝯparentur ⁊ totidē alij ad eundē etiā ꝯpa-
rentur ⁊ pⁱmi illoꝝ ad illum sit maior ꝓportio ꝙ pⁱmi
aliorū ad suum ꝯñs ⁊ scđi illorum ad eundē maior scđi
alioꝝ ad suum ꝯñs vel eadē cum illa ⁊ ita de alijs erit
ꝯpositi ex illis ad suū ꝯñs maior ꝓportio ꝙ ꝯpositi ex
alijs ad suū. ¶ 32. Si idem termin⁹ ad quotcūq3 com-
paretur ⁊ alius etiā ad totidē ⁊ illius ad pⁱmum illorū
sit maior ꝓportio ꝙ alteri⁹ ad primū suorū ꝯñtium ⁊ il-
lius ad scđm maior ꝙ alteri⁹ ad suu3 scđm aut eadem
cū illa ⁊ ita deinceps erit illius ad oēs illos maior ꝓ-
portio ꝙ alterius ad oēs suos ꝯñtes. ¶ 33. Si pⁱmi
ad scđm fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartū fueritq3 pⁱ-
mus oīm illorū maxim⁹ aut minim⁹ aut quart⁹ omium
maxim⁹ aut minim⁹ ꝯposit⁹ ex pⁱmo ⁊ quarto erit ma-
ior cōposito ex tertio ⁊ scđo. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si pⁱmi
ad scđm fuerit ea ꝓportio q̄ tertij ad quartu3 fueritq3
scđs oīm maximus aut minim⁹ aut terti⁹ oīm maxim⁹
aut minimus erit tunc ꝯpositus ex scđo ⁊ tertio maior
cōposito ex pⁱmo ⁊ quarto. ¶ 34. Datis duab⁹ ꝓpor-
tionib⁹ ieq̄lib⁹ si añs maioris aut ꝯñs mioris sit maxi-
mus aut minim⁹ inter terminos illaꝝ ꝯpositus ex añte
maioris ⁊ ꝯñe minoris erit maior cōposito ex ꝯñte mi-
noris ⁊ añe minoris. ¶ Ex hijs ꝯstat ꝙ si trium termi-
norum inequaliū pⁱmi ad scđm fuerit ea ꝓportio que se-
cundi ad tertiū vel ea maior ꝯpositus ex pⁱmo ⁊ tertio
erit maior scđo duplicato. ¶ 35. Si due ꝓportiones ī
numeris repte fuerint equales ex cuiuslib3 illaꝝ añte
in ꝯñs alterius tm̄ fiet sicut ex ꝯñte eiusdē in añs alte-
rius. Et si ex ductu duoꝝ numerorū vnius i alterū tm̄
fiat sicut ex ductu aliorum duorū vnius in alterū cuius-
libet illoꝝ ad quēlibet aliorū erit ea ꝓportio q̄ alterius
alioꝝ ad reliquū ipsoru3. ¶ Ex hac cōstat ꝙ si fuerint
tres termini inequales cōtinuo ꝓportionales ex me-
dio illoꝝ in se ducto tm̄ fiet sicut ex pⁱmo in tertiū ⁊ si-
cut ex maximo illoꝝ triū in minimū. Et si ex ductu duo-
rum numeroru3 vni⁹ in alterum tm̄ fiat sicut ex ductu
alicuius in seipsū ille erit medi⁹ ꝓportionalis geome-
trice inter illos. Et si fuerint quatuor nūeri inequales
siue cōtinuo siue discōtinuo ꝓportionales ex maximo
in minimū tm̄ fiet sicut ex vno medioꝝ in alterū. ¶ Pꝫ
vltra ex hac cum adiutorio pⁱme istarū ꝙ si ex ductu
duoꝝ numerorū vnius in alterū tm̄ fiat sicut ex ductu
aliorum duoꝝ vni⁹ in alterum ⁊ vn⁹ illorum cuilib3 ali-
orum sit inequalis reliquus cuilibet erit inequalis ⁊ si
vn⁹ illoꝝ vni aliorū sit eq̄lis reliqu⁹ erit reliquo eq̄lis

¶ Patz vltra ꝙ si quecumq duo eiusdē rōnis idē nūerent cuiuslibet illoꝝ ad alterum eorumdē erit ea ꝓportio q̄ numeri ꝑ quē alterum numerat illud numeratus ad numeꝝ ꝑ quem illud nūerat illud. Et si duo numeri eundē numerēt cuiuslibet illoꝝ ad illum ꝑ quē alius illorum numerat illū est ea ꝓportio q̄ alterius illorū ad illum per quē ille numerat eundē. Et si inter quecūq duo eiusdē rōnis fuerit ea ꝓportio q̄ inter duos nūeros ex aīte illius in ꝯñs ꝓportionis illoꝝ numeroꝝ tm̄ fiet sicut ex ꝯñte illius in aīs illius nūeroꝝ. ¶ 36. Si quotcūq termini ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales eundē nūerent illi numeri ꝑ quos illū nūerabunt ordine retrogrado erunt ordinatim cōtinuo ꝓportionales scđm ꝓportionem scđm quā illi sunt ordine recto ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ordine recto scđm quā illi sunt ordine retrogrado ꝓportionales. ¶ 37. Si fuerint due ꝓportiones in nūeris recte inequales ex ductu aītis maioris illaꝝ ⁊ ꝯñtis minoris vni⁹ in alteꝝ maius fiet q̄ ex ductu ꝯñtis maioris ⁊ aītis minoris vnius in alterū. Et si ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in alterum magis fiat q̄ ex ductu alioꝝ duorū vnius in alterū cuiuslibet illoꝝ ad quēlibet alioꝝ est maior ꝓportio q̄ alterius alioꝝ ad alterū ipsoꝝ. ¶ Ex hac constat ꝙ si ex ductu duoꝝ numeroꝝ vnius in alterū min⁹ fiat q̄ ex ductu alioꝝ duorū vnius in alterum cuiuslibet illorum ad quēlibet alioꝝ erit minor ꝓportio q̄ alterius alioꝝ ad alterū illorū. ¶ Patz vltra ꝙ si p̄mi ad scđm fuerit maior ꝓportio q̄ scđi ad tertiū ex ductu primi ⁊ tertij vni⁹ in alterū ma⁹ fiet ex scđo in se ducto. Et si fuerit minor minus. Et si ex ductu duoꝝ numerorū vnius in alteruz maius fiat q̄ ex ductu alteri⁹ in se cuiuslibz illorum ad illū maior erit ꝓportio q̄ illius ad alteꝝ eorumdē ⁊ si minus fiat minor. ¶ Patz vltra ꝙ si duoꝝ terminoꝝ quecūq fuerint illi p̄mi ad scđm sit maior ꝓportio q̄ duorū numeroruz p̄mi ad scđm ex p̄mo illoꝝ in scđm illorum nūerorum mai⁹ fiet q̄ ex scđo illorum in primū illoꝝ numerorum. Et si fuerit minor ꝓportio minus fiet. Et si datis duob⁹ terminis quecūq fuerit similiter ⁊ duob⁹ nūeris si ex primo illoꝝ in scđm nūeroruz mai⁹ fiat q̄ ex scđo illoꝝ in primū numeroꝝ erit p̄mi illorum ad scđm maior ꝓportio q̄ p̄mi illorum numeroruz ad scđm. Et si min⁹ fiat erit minor. ¶ 38. Si fuerint duo nūeri iuxta se positi quoꝝ qlibet est maior vnitate capiat aliius quocūq illoruz maior cuius ad maiorē dīa est maior vnitate cuiuslibet illorū extremorum ad illū mediū est maior ꝓportio q̄ illius medij ad alterum illorū. ¶ 39. Datis duobus nūeris inequalibus, si ex aliquo in se tm̄ fiat sicut ex vno illorū in reliquum erit ille medi⁹ ꝓportionalis geometrice inter illos, ⁊ si ex nullo in se ducto tm̄ fiat sicut ex vno illoꝝ in reliquū, null⁹ erit medi⁹ ꝓportionalis geometrice īt illos. ¶ 40. Datis duob⁹ numeris inequalib⁹ si aliqs eorū numeret ꝓductum ex reliquo in se ducto ille per quē illum nūerabit erit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate geometrica illis adiungēd⁹ post illum reliquū ita vt ille reliqu⁹ sit medi⁹ ꝓportiōalis int̄ illū ⁊ aliū et si aliquis eorum nō numeret ꝓductum ex reliquo in se ducto nō poterit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate illis adiungi post illū reliquū ita vt ille reliquus sit medi⁹ ꝓportionalis īter illuz ⁊ aliū. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ ꝯtingit dare duos nūeros iequales quib⁹ erit tertius in ꝯtinua ꝓportionalitate adiungēdus post maximum ita vt maximus sit medi⁹ ꝓportionalis inter minimum ⁊ aliquē aliū ⁊ nō ꝯtinget illis aliquē addere post minimum ad illū sensū ⁊ cōtinget etiam dare duos quibus poterit aliquis addi post minimū ⁊ nō post maximum ad ꝯsimilē sensū. Exemplū primi patz de nūeris .4. et 6. Exemplū scđi de nūeris .9. et .6. ¶ 41. Quotcūq nūeris ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ datis si penultimus nūeret ꝓductum ex vltimo in se ducto ille ꝑ quē tale ꝓductum numerabit erit in ꝯtinua proportionalitate illis adiūgēdus post vltimū ita vt eoꝝ vltim⁹ sit medius ꝓportionalitatis inter penultimuz ⁊ aliū ⁊ si penultim⁹ nō nūeret productuz ex vltimo in se null⁹ poterit addi illis ī ꝯtinua ꝓportionalitate post vltimū ad illū sēsum. Et si scđs nūeret productū ex p̄mo in se poterit aliquis addi illis in ꝯtinua ꝓportionalitate añ primū vt puta ille ꝑ quē scđs illud ꝓductuz nūerabit: ita vt ille p̄mus sit medi⁹ ꝓportionalis inter scđm ⁊ illum ⁊ si scđs nō numeret ꝓductum ex primo in se non poterit aliquis taliter addi ipsis in ꝯtinua ꝓportionalitate illo modo. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ ꝯtingit dare aliqs nūeros iequales ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales post quoꝝ maximū poterit aliquis ipsis addi in ꝯtinua proportionalitate ⁊ null⁹ post minimū ⁊ ꝯtinget etiam aliquos reperire in quibus oppositū ꝯtinget. Et primū ꝯtinget vbi maxim⁹ aliorū a maximo nūerat ꝓductuz ex maximo in se ⁊ minimus alioꝝ a minimo nō nūerat productū ex minimo in se. Secundum autem cōtinget vbi oppositum huius contingeret.

¶ Finis secundi capituli.

¶ Capitulum tertium.



N hoc tertio capitulo sicut in principio dictū fuit nūeroꝝ ꝯtinuo ꝓportionaliū ꝓprietates tangende sunt q₂ tn̄ ꝓ illarū proprietatū itellectione necessarium est cognoscere quid sit nūerus prim⁹ et quid ꝯpositus ⁊ qui nūeri adinuicē p̄mi ⁊ qui adinuicē cōpositi ⁊ qui etiā sint termini in aliqua ꝓportione minimi añq̄ ad principale ꝓpositum deueniam⁹ aliqua de hijs oportet succincte aliqua dicere pro hijs igitur hec sequētia notabis. ¶ Numerorū quidā p̄m⁹ quidā ꝯpositus. ¶ .1. Numerus p̄mus est qui nō h₃ ꝑtem aliquotā ꝑter vnitatem. ¶ 2. Numerus aūt ꝯposit⁹ est qui h₃ ꝑtē aliqtā ꝑter vnitatē. ¶ .3. Nūeri cōmensurabiles seu ꝯmunicātes siue adiuicē ꝯpositi dicuntur qui ab eodē numero ꝑter vnitatem numerātur. ¶ 4. Numeri aūt cōtra se p̄mi vel incōmensurabiles seu nō ꝯmunicātes dīr qui a nullo nūero excepta sola vnitate numerātur. ¶ 5. Termini siue radices ꝓportionis dīr illi quib⁹ nō ꝯtingit in equali ꝓportione cuz proportione illorum sumere minores.

¶ Exemplū prime diffinitionis patz de hijs numeris .2.3.5.7.11. Exemplum scđe patz de hijs .9.15.21. Exemplū tertie diffinitionis ptz de hijs numeris .5.9 Exemplū quarte patz de hijs .8.9. Exemplū quinte diffinitionis ptz de hijs .3.5. ¶ Iste omnes diffinitiones satis clare sunt. Si tn̄ occurrat aliqua difficultas circa diffinitionē positā aut circa expositionē alicuius istarū diffinitionū poterit haberi recurs⁹ ad tertiū elementorū nr̄e arithmetice speculatiue. Ex dictis enim illic supra expositiones istarū diffinitionū sufficienter poterit dissolui. Superest ergo ꝓpositiones aliquas ponere q̄ dicendis in hoc capitulo ⁊ in alijs sequētib⁹ sunt necessarie. Et si eaꝝ demōstrationes velles videre ipsas in libro allegato reperies. Et aliaꝝ multarū demonstrationes q̄ ꝯcernunt istoꝝ numeroꝝ ꝓprietates ibidem reperies quas ꝓpter breuitatem ibi relinquimus. Sit igitur hec prima propositio.

Quilibet nūerus primus cuilibz

quē nūerat est ꝯmensurabilis. Cuilibet aūt quē nō nu
merat est incōmēsurabilis. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si aliqͥs
numerus prim⁹ sit alicui ꝯmensurabilis ille prim⁹ illū
numerat. Et ex ꝯñti quicūqꝫ duo nūeri īequales quo
rum quilibet est prim⁹ sunt adinuicē p̄mi. ¶ Patꝫ vl
tra ꝙ quilibet nūerus p̄ter vnitatē aliquē numerās ē
illi ꝯmensurabilis. Et ex ꝯñti quilibet talis cuilibet si
bi equali est cōmensurabilis. ¶ 2. Si duo nūeri ineq̄
les sint cōmensurabiles maior eorū est ꝯposit⁹ ⁊ si nul
lus eorum alterū nūeret quilibet eoꝝ erit compositus
¶ 3. Omnis nūerus ꝯpositus ab aliquo p̄mo nūeratꝰ
⁊ quicūqꝫ adinuicē cōpositi ab aliquo p̄mo numerantꝰ
¶ Ex hac ꝯstat ꝙ cuiuslibet nūeri ꝯpositi aliquis pri
mus est pars aliquota. ¶ Patet vltra ꝙ si quotcūqꝫ
nūeri fuerint ꝯmensurabiles quilibet ab aliquo illoꝝ
nūeratus cuilibet alteri illoꝝ similiter ⁊ cuilibet nūe
rato ab aliquo illoꝝ erit ꝯmensurabilis. ¶ 4. Quicū
qꝫ numer⁹ maior vnitate aut est primus aut a p̄mo nu
meratur qui est eius p̄s aliquota. ¶ 5. Si fuerint duo
nūeri ꝯtra se p̄mi quicūqꝫ numerās alterū illoꝝ est ad
reliquū prim⁹ similr̄ ⁊ quicūqꝫ nūerātes illos sūt ad
inuicē p̄mi. ¶ 6. Quilibet numer⁹ adequate ꝯpositus
ex duob⁹ nūeris ꝯtra se p̄mis ad quēlibet illorū est p̄
mus. ¶ Ex hac cōstat ꝙ si aliquis totus nūerus sit ꝯ
mensurabilis p̄ti eius ille erit cōmensurabilis residue
parti ei⁹ ⁊ ille p̄tes erunt etiā inter se ꝯmensurabiles.
Et si vni p̄ti fuerit incōmensurabilis erit residue incō
mensurabilis ⁊ ille partes inter se incōmensurabiles.
¶ Patet vltra ꝙ si duo nūeri fuerint ꝯmensurabiles
ꝯpositus ex illis erit vtriqꝫ ꝯmensurabilis. ¶ Patet
finaliter ꝙ si duo nūeri inequales fuerint adinuicē pri
mi dr̄a illoꝝ ad quēlibet illorum erit primus. Et si dr̄a
duoꝝ inequaliū fuerit incōmensurabilis vni illoꝝ erit
incōmensurabilis alteri. Et illi duo erūt adinuicem p̄
mi. Et ex ꝯñti quicūqꝫ duo nūeri quoꝝ dr̄a est vnitas
sunt adinuicē primi. ¶ 7. Si duorū numerorū vterqꝫ
ad aliquē tertium sit p̄mus qui ex vno illoꝝ in alterum
fit ad eundē est p̄mus. ¶ 8. Si fuerint duo nūeri con
tra se p̄mi qcūqꝫ ꝙ ex altero illorū in se fit est ad reli
quum prim⁹. ¶ 9. Si fuerint duo nūeri ꝯtra se p̄mi et
vterqꝫ illoꝝ in seipsum ducatꝰ p̄ducti inde erūt adinui
cem p̄mi. Et si iteꝝ quilibet in suū p̄ductuꝫ ducatur ꝙ
fient erūt ꝯtra se p̄mi. Et ita deinceps si primi in vlti
mo p̄ductos vsqꝫ i suum ducātur p̄ducti ꝯtinuo erūt
adinuicē p̄mi. ¶ 10. Si duoꝝ numeroꝝ q̄libet ad alio
rum duoꝝ quēlibet fuerit p̄mus ꝙ ex vno illoꝝ in alte
rum fit ad illū ꝙ ex vno aliorū in reliquū fit erit p̄mus.
¶ 11. Si duo nūeri maiores vnitate fuerint ꝯtra se p̄
mi minori ex maiori detracto quo ad possit remanebit
vnitas aut minor numer⁹ illo minori. Et si minor eorū
semel aut plures ex maiori detrahatꝰ relinq̄tur vnitas
aut nūerus ad minorē prim⁹. ¶ 12. Si fuerint duo nu
meri ꝯtra se p̄mi minori ex maiori detracto quo ad pos
sit residuū erit vnitas aut illo residuo detracto ex illo
minori quo ad possit residuum erit vnitas aut illo resi
duo iterū detracto quo ad possit sicqꝫ cōtinuo hoc pac
to detractione facta tandem vnitatem relinqui neces
se erit. Et si quorumcumqꝫ duorū numerorū inequa
lium quoꝝ quilibet est maior vnitate ꝯtinua illo modo
detractione facta tandē vnitas relinq̄tur illos nume
ros incōmensurabiles esse opꝫ. ¶ 13. Si fuerint duo
nūeri inequales cōmensurabiles minori ex maiori de
tracto p̄cise semel aut pluries nichil remanebit aut re
manebit nūerus minor minori ipsi ⁊ maiori ꝯmensura
bilis. Et si duoꝝ numeroꝝ inequaliū quaruꝫ q̄libet
est maior vnitate minori ex maiori detracto semel aut
pluries nichil remanserit aut remāserit ꝯmensurabi
lis ipsi minori erūt illi duo cōmensurabiles. ¶ 14. Si
duoꝝ numerorū inequaliū ꝯmensurabiliū minor nō nu
meret maiorem minori ex maiori detracto quo ad pos
sit remanebit minor minori ꝙ erit maior vnitate ⁊ nūe
rabit illuꝫ minorē ⁊ illū maiorē aut illo detracto ex mi
nori quo ad possit ⁊ ita cōtinuo hoc pacto detractione
facta tādē ad aliquē maiorē vnitate deuenietur ꝙ oēs
añ relictos numerabit similiter ⁊ maioreꝫ ⁊ minorem.
Et si cōtinua hoc pacto detractione facta ad aliquem
maiorē vnitate deueniatꝰ ꝙ immediate añ relictū nūe
ret erunt illi duo ꝯmensurabiles. ¶ 15. Propositis q̄
buscumqꝫ duob⁹ nūeris ꝯmensurabilib⁹ maximum cō
muniter nūerantē ipsos cōtingit rep̄ire. Si eñ illi fu
erint equales q̄libet eorū erit huiusmodi ⁊ si īequales
⁊ minor numeret maiorē minor erit petitus. Si aūt mi
nor nō numeret maiorem sint illi a maior ⁊ b minor. tūc
per precedentem b detracto ex a quo ad possit rema
nebit minus b quod numerabit b ⁊ a aut illo relicto de
tracto ex b quo ad possit sicqꝫ continua hoc pacto de
tractione facta tandē relinq̄tur aliquis nūerās imme
diate añ relictum similiter ⁊ a ⁊ b dico ergo ꝙ q̄ p̄mū
in tali detractione ad talem deuenietꝰ ille erit quesitus
p̄mo ille erit maximus nūerās oēs añ relictos ⁊ ma
ioreꝫ ⁊ minorē. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ quilibet numer⁹ nu
merans duos cōmensurabiles nūerat maximū nume
rantē illos. ¶ 16. Propositis quotcūqꝫ numeris cō
positis maximū eos oēs nūerantē contingit inuenire.
Nā si sint a b c d quotcūqꝫ numeri cōmensurabiles sit
e numer⁹ p̄ter vnitatē ipsos oēs nūerans ⁊ inuenio p
p̄cedentē maximū nūerantē a ⁊ b qui sit f quē ex corre
lario p̄cedentis nūerabit e quare f ⁊ e sūt ꝯmēsurabi
les sit ergo g maxim⁹ nūerās f ⁊ e ille numerabit etiā
a ⁊ b ⁊ erit maximus numerās a b ⁊ c ⁊ erit ꝯmensura
bilis d sit ergo h maxim⁹ nūerans g ⁊ d ⁊ ille erit peti
tus. Et ex hac ꝯstat ꝙ si quotcūqꝫ numeri fuerint cō
positi q̄libet nūerans illos oēs nūerat maximū nume
rantem illos. ¶ 17. Si nūerus ducatur in minimos ali
cuius p̄portionis ille erit maxim⁹ nūerans p̄ductos.
Et si quotcūqꝫ nūeri in p̄portionib⁹ aliquo modo rep
tis inter ipsos fuerint minimi ⁊ aliquis ducatur in illos
oēs ille erit maxim⁹ numerans oēs productos. ¶ Ex
hac ꝯstat ꝙ maxim⁹ nūerans duos quoslibet nūeros
numerat illos scđm duos minimos p̄portionis illoꝝ mi
norem p minorem ⁊ maiorē p maiorē ⁊ maximus nūe
rans aliquos nūeros quotcūqꝫ fuerint nūerat illos p
totidē minimos in ꝯtinuatione p̄portionū illoꝝ nūerato
rū minimū p minimū ⁊ maximū p maximū ⁊ ita deinceps
¶ 18. Quicūqꝫ duo nūeri in sua p̄portione minimi sūt
adinuicē p̄mi ⁊ numerāt quoscūqꝫ duos eiusdē p̄por
tionis minor minorē ⁊ maior maiorē equaliter. ¶ Ex
hac constat ꝙ si quotcūqꝫ nūeri in p̄portionibus aliq̄
mō reptis inter ipsos fuerint minimi illi erūt incōmen
surabiles. ¶ 19. Si quotcūqꝫ nūeri in p̄portionib⁹ in
ter ipsos reptis ⁊ ꝯtinuatis fuerint minimi illi numerāt
quoscūqꝫ totidē inter quos tot similes p̄portiones si
militer ꝯtinuate repiuntur q̄sqꝫ suū correspondentem eq̄liter.
¶ 20. Si fuerint duo numeri adinuicē p̄mi illi erūt in
sua p̄portione minimi mediūqꝫ p̄portionale geometri
ce inter illos cadere est impossibile. ¶ Ex hac cōstat
ꝙ q̄cūqꝫ duo nūeri adinuiceꝫ primi nūerant quoscūqꝫ
duos inter quos repitur talis p̄portio quisqꝫ suū cor
respondentē equaliter. ¶ 21. Si fuerint quotcūqꝫ nu
meri adinuicē p̄mi in quibuscūqꝫ p̄portionib⁹ interip
sos oēs cōtinuatis erunt minimi. Et siue aliq̄ illorum
sint cōmensurabiles siue nō illi nūerabunt quoscumqꝫ

totidē inter quos similes ꝓportiones simili modo ꝯtinuate repiunt sicut inter illos oēs quisqȝ suū correſpōdētē equaliter. ¶ 22. Quacūqȝ ꝓportione inter aliqȝs numeros data minimos nūeros eius ꝯtingit reperire. Ut si illa sit a ad b ꝛ a ꝛ b sit ꝯtra se pmi a ꝛ b sūt quesiti si aūt sint ꝯmensurabiles q̄re maximū numerantē illos ꝑ ſupius ouſa qui sit c ꝛ nūeret a ꝑ d ꝛ b ꝑ e tunc d ad e erit ea ꝓportio q̄ a ad b dico ergo ꝙ d ꝛ e sunt q̄siti. ¶ 23. Quibuscūqȝ ꝓportionibus in nūeris ꝯtinuatis minimos nūeros inter quos totidē similes ꝓportiōes simili mō ꝯtinuētur ꝯtingit reperire si eñ illi nūeri inter quos ꝯtinuātur sint adinuicē pmi illi sunt q̄siti. Et si ꝯmensurabiles inueniaſ maxim⁹ numerās illos oēs ꝑ superi⁹ ouſa ꝛ illi ꝑ quos illos nūerabit erūt quesiti. ¶ 24. Si duo numeri in minimos sue ꝓportionis ducātur añs in ꝯñs ꝛ ꝯñs in añs ex vtraqȝ illarū multiplicationū ꝓueniet minim⁹ numerat⁹ ab illis multiplicatis. ¶ Ex hac apparet ꝙ si duo nūeri fuerint adinuicē pmi aut in sua ꝓportione minimi ꝛ vn⁹ ducaſ in alterum inde ꝓductus erit minimus numerat⁹ ab illis. ¶ Patz vltra ꝙ minim⁹ nūerus nūeratus a duobus numeris quicūqȝ sint illi nūerat quēlibet nūeratū ab illis. Et ex his apparet mod⁹ reperiendi minimū nūeratū a duob⁹ nūeris quicūqȝ sint illi. Si eñ illi sint adinuicem pmi ducatur vn⁹ in alteruȝ ꝛ inde product⁹ erit q̄situs. Si aūt sint ꝯpositi inueniātur minimi i proportione illoꝝ ꝛ ducaſ añs ꝓportionis ipsorum in ꝯñs ꝓportionis minimoꝝ aut ꝯñs in añs ꝛ cōtinuo ꝓducetur nūerus q̄situs. ¶ 25. Propositis quotcūqȝ numeris minimū ab eis nūeratū ꝯtingit inuenire. Ut si sint a b c d quotcūqȝ nūeri inuenio minimū quē numerant a et b qui sit e ꝛ minimū quē numerāt e ꝛ c q̄ sit f ꝛ minimū quem nūerant f ꝛ d qui sit g. Dico ergo g esse q̄situm. ¶ Et ex hac apparet ꝙ q̄cūqȝ numer⁹ q̄ est ab aliqb⁹ minim⁹ nūeratus nūerat quēlibet numeratuȝ ab illis. ¶ 26. Si quotcumqȝ nūeri ꝯtinuo ꝓportionales ducātur in totidē ꝯtinuo ꝓportionales scđȝ eandē ꝓportionem qui sūt minimi in ꝯtinuatione taliū ꝓportionuȝ pmum añs in vltimū ꝯñs ꝛ scđm añs in penultimū cōsequens ꝛ ita deinceps cōtinuo ex tali multiplicatione ꝓueniet minim⁹ ab oibus illis multiplicatis nūerat⁹. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ q̄cumqȝ nūeri ꝯtinuo ꝓportionales numerant minimū nūeratum ab illis scđm totidē minimos nūeros in ꝯtinuatione talium ꝓportionū ipsoruȝ primum añs scđm vltimū ꝯñs ꝛ scđm scđȝ penultimū ꝛ ita deinceps. Et ex ꝯñti nulli cōtinuo ꝓportionales nūerant minimū nūeratū ab illis ꝑ totidē maiores ipsis.

His suppositis ad pricipale intētum huius capituli deueniamus pro quo sit hec prima propositio.

¶ 1. Si quotcūqȝ numeri quoꝝ nullus est vnitas fuerint ordinatim cōtinuo ꝓportionales erunt oēs illi ꝯmensurabiles aut erūt oēs alij a pmo inter se ꝯmensurabiles Similiſ ꝛ oēs alij ab vltimo erūt ꝯmēsurabiles. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si quotcūqȝ nūeri quorū nullus est vnitas fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ꝛ illis possit addi aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate erūt oēs illi cōmensurabiles. ¶ 2. Si fuerint quotcūqȝ nūeri ꝯtinuo ꝓportionales scđm aliquā ꝓportionem q̄bus possit addi aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate quocūqȝ illoꝝ maior illi oēs a minimo minimorū talis ꝓportionis numeratur ꝑ totidē ꝯtinuo ꝓportionales scđm eandē proportionē. Et si eis possit addi aliquis quocūqȝ illorū minor oēs illi nūerātur a maximo minimoꝝ sue proportionis ꝑ totidē cōtinuo ꝓportionales scđm eandē ꝓportionē. ¶ 3. Si fuerint quotcumqȝ numeri plures tribus ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales secundū aliquā ꝓportionē maximi nūerantes binos ꝛ binos ꝓximos illoꝝ erūt ꝯtinuo ꝓportionales scđm eādem proportionem. Et si tres maximi numerātes primū ꝛ scđm ad maximū numerantē scđȝ ꝛ tertiū erit q̄ pmi ad scđm. ¶ 4. Si fuerint quotcūqȝ nūeri plures trib⁹ ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales scđm aliquā proportionē minimi quos bini ꝛ bini ꝓximi illoꝝ numerāt erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales scđm eandē ꝓportionē. Et si fuerint tres minimi nūerati a pmo ꝛ secūdo ad minimuȝ numeratū a scđo ꝛ tertio erit ea ꝓportio q̄ pmi ad scđm. ¶ 5. Si quorumcūqȝ numeroꝝ ꝯtinuo proportionaliū duo extremi fuerint ꝯmunicantes erūt illi omes ꝯmunicātes eritqȝ maxim⁹ numerās duos extremos maxim⁹ qui oēs illos nūerabit. Et si quotcūqȝ medij cōtinuo ꝓportionales ceciderint inter duos ꝯmunicātes inter quēlibet eoꝝ ꝛ maximū numerantē illos totidē cadere necesse est. ¶ Ex hac cōstat ꝙ si quotcūqȝ nūeri fuerint ꝯtinuo ꝓportionales quorū duo extremi fuerint ꝯmunicātes q̄libet nūerans illos extremos nūerabit illos oēs. ¶ 6. Si quotcumqȝ numerorū ordinatim ꝯtinuo proportionaliū duo extremi fuerint cōtra se pmi erunt illi oēs in sua ꝓportione minimi. Et si quotcūqȝ nūeri ꝯtinuo ꝓportionales fuerint in sua ꝓportione minimi ipsorū duo extremi erūt ꝯtra se pmi. ¶ 7. Quacumqȝ ꝓportione data ꝯtingit quotcūqȝ nūeros ꝯtinuo proportionales in tali ꝓportione minimos repire. Ut quacūqȝ tali data inueniaȝ ꝑ ſtatiȝ ouſa minimos nūeros talis ꝓportiōis q̄ sint a ꝛ b ꝛ ex a in se fiat c ꝛ ex a in b fiat d ꝛ e fiat ex b in se tūc dico c d ꝛ e esse tres numeros ordinatiȝ ꝯtinuo ꝓportionales minimos in ꝓportione a ad b ꝛ si a ordinatiȝ ducatur in illos tres ꝛ fiant f g ꝛ h ꝛ b ducatur in e ꝛ fiat k erunt f g h ꝛ k quatuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales minimi in tali ꝓportione ꝛ si a ducaſ ordinatim in illos quatuor ꝛ b in vltimū eoꝝ prouenient quinqȝ ordinatim ꝯtinuo proportionales minimi in tali ꝓportione ꝛ ita deinceps. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si dentur duo nūeri in sua proportione minimi ꝛ eoꝝ q̄libet in seipm ducatur ꝛ vn⁹ eoꝝ in alteꝝ fient tres ꝯtinuo proportiōales minimi in tali proportione ꝛ si añs illoꝝ ducaſ i illos tres ꝛ ꝯñs in vltimū ꝓuenient quatuor ꝯtinuo ꝓportionales in tali ꝓportione minimi ꝛ ita deinceps procedendo tot quot velis ꝯtinuo proportionales i tali ꝓportione minimos procreabis. ¶ Patz vltra ꝙ quacumqȝ ꝓportione maioris inequalitatis in nūeris repibili data ꝯtingit quālibet multiplicē illi in nūeris repire. ¶ Inuētis eñ ꝑ pñtē trib⁹ nūeris ꝯtinuo proportionalibus scđm talez proportionē iter extremos illoꝝ erit dupla ꝓportio ad illā ꝛ inuētis quatuor inter extremos illorum erit tripla ad illā ꝛ ita deinceps. Et ꝯsimili modo quacūqȝ minoris inequalitatis in nūeris repibili data ꝯtinget quālibet submultiplicē illi⁹ repcrire. Patz vltra ꝙ quilibet triū ꝯtinuo ꝓportionaliū minimorū in aliqua proportione producitur ex vno duoꝝ minoꝝ illi⁹ ꝓportionis in se vel in alteꝝ illoꝝ duoruȝ ducto ꝛ q̄libet quatuor minimoꝝ ex vno duoꝝ minimoꝝ in vnum triū minimoꝝ eiusdē ꝛ quilibȝ quinqȝ minimoꝝ ex vno duorum in vnū quatuor minimoꝝ eiusdē proportionis ꝛ ita deinceps. ¶ Patz vltra ꝙ si fuerint tres nūeri ordinatiȝ ꝯtinuo ꝓportionales in sua proportione minimi vn⁹ duorum extremorū illorū triū produciſ ex vno duoꝝ minimoꝝ talis ꝓportionis in se ducto ꝛ reliquus ex reliquo. Et si quatuor vn⁹ duorū extremorū illoruȝ ꝓducetur ex vno duorū minimorum talis ꝓportionis in productū

ex ipso in se ⁊ reliquus ex reliquo in ꝓductum ex ipso in se ⁊ ita deinceps. ¶ 8. Si quotcumqʒ nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales quoꝝ nullus est vnitas fuerint in sua ꝓportione minimi quotcũqʒ inter eoꝝ extremos fuerint medij ꝓportiones totidẽ inter vtrumqʒ extremoꝝ ⁊ vnitatẽ medios ꝓportionales esse necesse est. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si fuerint tres numeri ordinatim cõtinuo ꝓportionales in sua ꝓportione minimi maximi nũerantes binos ⁊ binos ꝓximos illorũ erũt in tali ꝓportione mĩmi. Et si fuerint quatuor ordinatĩ ꝯtinuo ꝓportionales in ꝓportiõe sua mĩmi maximi numerantes binos ⁊ binos ꝓximos et ũt tres ꝯtinuo ꝓportionales in tali proportione minimi et ita deinceps ¶ 9. Si ꝑmi ad scd̃m fuerit ea proportio que tertij ad quartuʒ ⁊ inter ꝑmũ ⁊ scd̃m aliquis ceciderit medius ꝓportionalis aut aliquot ceciderint medij ꝓportionales totidẽ inter tertiũ ⁊ quartũ scd̃m eõsimilem ꝓportionem cadere necesse est. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ quacũqʒ proportione in nũeris repibili data si inter aliquos numeros eius possit mediũ ꝓportionale reperiri nõ poterit illa in aliquib⁹ numeris repiri quin inter illos sit mediũ proportionale scd̃m ꝯsimilem proportionẽ nec poterit dari aliqua repibilis in numeris inter cui⁹ nũeros possit repiri plures medij proportionales quin inter quoscũqʒ nũeros inter quoꝫ repiꝛ tot medij ꝓportionales scd̃ʒ eandẽ proportionẽ reperiant. ¶ Patʒ vltra ꝙ nullius proportionis in nũeris reperibilis potest medietas in nũeris reperiri nisi inter quoscũqʒ numeros inter quos illa reperitur cadat vn⁹ medi⁹ ꝓportionalis geometrice scd̃m talem proportionẽʒ q̄ debet esse illius medietas. ¶ Patʒ vltra ꝙ nõ poterit tertia pars aliquota alicui⁹ proportionis in nũeris repibilis inueniri in nũeris nisi inter quoscũqʒ nũeros inter quos illa totalis reperiꝛ cadant duo medij proportionales scd̃m illã ꝓportionem q̄ debet esse tertia pars aliquota eius nec poterit quarta pars aliquota talis in nũeris reperiri nisi inter quoscũqʒ nũeros inter quos illa totalis repitur cadant tres medij ꝓportionales scd̃m illã proportionẽ q̄ debet esse pars aliquota ei⁹ ⁊ sic in infinitum. ¶ Patʒ vltra ꝙ si aliqua proportio repta inter aliquos nũeros habeat partẽ aliquotã ab aliquo certo numero denominatã inter quoscũqʒ numeros inter quos illa reperiri potest eadẽt tot medij ꝓportionales quot sũt vnitates in illo certo nũero vna dempta scd̃ʒ talẽ proportionẽ que debet esse talis pars aliquota illius. ¶ Patʒ vltra ꝙ si aliqua ꝓportio multiplex denominet ab aliquo nũero inter quẽ ⁊ vnitatẽ null⁹ cadit ꝓportionalis medius geometrice illa nullam partẽ aliquotã in nũeris reperibilẽ poterit hr̃e. Et si inter illam ⁊ vnitatẽ mediet vnus ꝓportionalis ⁊ nõ plures illa habebit medietatẽ in numeris reperibilem ⁊ non aliã partẽ aliquotã. Et si reperiant duo ⁊ non plures habebit tertiã partẽ aliquotã ⁊ nõ habebit ꝑtẽ aliquotã denominatã a maiori nũero q̄ᵹ sit ternari⁹. Sʒ si est hoc ꝙ mediãt duo mediarẽt plures scd̃m aliã proportionẽ posset simul hr̃e tales ꝑtes aliquotas. ¶ Patʒ vltra ꝙ poterit aliqua proportio in nũeris reperibilis hr̃e partẽ aliquotã denominatã ab aliquo nũero maiori q̄ᵹ sit binarius ⁊ tñ nullã habebit denominatã a minori illo in nũeris repibilẽ. Hoc patʒ tam de ꝓportione .8. ad .1. q̄ᵹ de proportiõe .32. ad .1. Et ita de multis alijs. ¶ Et ex hijs manifeste apparet ꝙ nulla ꝑs aliquota ꝓportionis duple aut triple aut quintuple põt in numeris repiri. Qz qlibet illarũ est multiplex ab aliquo nũero denominata inter quẽ ⁊ vnitatẽ nõ cadit medi⁹ geometrice nec cadũt aliqui medij. Et ita de alijs multiplicib⁹ q̄ ab huiusmodi numeris denominantur. ¶ Patʒ vltra ꝙ nulla proportio supparticularis hʒ ꝑtem aliquotam in nũeris repibilem. Qz sicut apparebit quelibet talis potest inter duos numeros ꝓximos in serie repiri. Et simile est de quacũqʒ proportione reperta inter duos nũeros quoꝝ dr̃a est binari⁹. ¶ 10. Sit quotcũqʒ numeri fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales minimus quẽ oẽs illi nũerabunt erit minim⁹ quẽ duo extremi eorumdẽ nũerent. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si fuerint quotcũqʒ nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales qlibet nũeratus a duob⁹ extremis illorũ numerabit ab oĩbus illis. ¶ 11. Si inter duos nũeros quotlibet in ꝯtinua ꝓportionalitate ceciderint iter vtrumqʒ eoꝝ et minimũ quẽ oẽs illi nũerabunt totidẽ cadere necesse est. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si inter duos nũeros qlibet in ꝯtinua ꝓportionalitate ceciderint medij totidẽ inter vtrũqʒ eorũ ⁊ minimũ quẽ illi duo numerãt eadere necesse est. ¶ 12. Si fuerint quotlibet nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ꝑmus nõ nũeret scd̃m nullus eoꝝ numerabit vltimũ. Et si aliquis eoꝝ numeret vltimũ ꝑmus nũerabit scd̃m. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si fuerint quotcũqʒ nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ ꝑmus nõ nũeret scd̃m null⁹ eoꝝ nũerabit aliquẽ sequentẽ. Et si aliquis nũeret aliquẽ sequẽtem ꝑmus nũerabit scd̃m. Et ex ꝯñti qlibet ꝑcedens quẽlibet sequentẽ numerabit. ¶ Patʒ vltra ꝙ si fuerint quotlibet nũeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ vltim⁹ nõ numeret penultimũ nullus nũerabit aliquẽ ꝑcedentẽ. Sed si vltimus nũeret penultimũ aut aliquis aliquẽ ꝑcedentẽ ipm numeret qlibet sequẽs quẽlibet ꝑcedẽtem ipsum nũerabit. ¶ 13. Si fuerint duo nũeri cõtra se ꝑmi inter quẽlibet eoꝝ ⁊ vnitatẽ ⁊ inter alium ⁊ minimũ numeratum ab ipsis nũeri ꝓportiõales equales nũero cadent si aliquis vel aliqui inter aliquẽ eorum ⁊ vnitatem aut minimũ numeratum ab ipsis eeciderint. ¶ Hic tñ aduerte ꝙ nõ hʒ verum de duob⁹ cõpositis qd̃ pñs de duob⁹ adinuicẽ ꝑmis ꝓponit patʒ de hijs 4.5. ¶ 14. Si fuerint duo nũeri ꝯmunicantes inter quẽlibet eoꝝ ⁊ maximũ numerantẽ illos ⁊ inter alteꝝ ⁊ mĩmũ ab ipsis nũeratum nũeri medij ꝓportionales equales nũero cadẽt si aliquis vel aliqui inter aliqueꝫ eoꝝ ⁊ maximũ numerantẽ eos aut mĩmũ numeratum ab illis ceciderint. ¶ 15. Si ab eodẽ principio duo ordines numeroꝝ ꝯtinuo ꝓportionaliũ nũero equalium sumãtur quotcũqʒ inter illud principiũ ⁊ alterũ extremoꝝ mediabũt ꝯtinuo ꝓportionales totidem inter extremos illoꝝ ordinum scd̃m ꝓportionem proximoꝝ ꝑmis cadere necesse est. ¶ Ut si a b e d sint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales similiter a e f g inter d ⁊ g mediabũt duo ꝓportionales scd̃ʒ proportionẽ b a d e siue illi sint ꝯtinuo ꝓportionales scd̃ʒ eandẽ proportionẽ siue scd̃m diuersas ⁊ siue etiã ꝑmi sint ꝯtinuo proportionales scd̃m proportionẽ maioris inequalitatis ⁊ alij scd̃ʒ ꝓportionẽ minoris ineqlitatis aut equalitatis. ¶ 16. Quibuscũqʒ duob⁹ nũeris datis si inter quẽlibet eoꝝ ⁊ vnitatem tot ceciderint medij ꝓportionales sicut inter alterũ ⁊ vnitatem tot iter ipsos duos cadẽt medij ꝓportionales sicut iter quẽlibet eoꝝ ⁊ vnitatem scd̃ʒ ꝓportionem ꝓximorum vnitati. ¶ 17. Si duo numeri quoꝝ quilibʒ est maior vnitate fuerint ꝯtra se ꝑmi terminum in ꝯtinua ꝓportionalitate illis adiũgi est impossibile. ¶ 18. Si duo nũeri inequales quoꝝ qlibʒ est maior vnitate fuerint adinuicẽ ꝑmi nõ poterit tertius addi in ꝯtinua ꝓportionalitate alicui illoꝝ cũ ꝯposito ex illis nec poterit tertius i ꝯtinua ꝓportionalitate addi alicui illoꝝ cũ dr̃a ipsoꝝ. ¶ 19. Si alter duoꝝ nũeroꝝ

nō se habeat ad aliquē sicut reliqꝰ ad ip̄m dīa illoꝝ nō se habebit ad aliquē sicut reliquꝰ ad ip̄m. Et si dīa aliquoꝝ se habeat ad aliquē sicut vnꝰ ad reliquum ille reliquus se habebit ad aliquē sicut alter ad ip̄m. ¶ 20. Si duo nūeri ꝯtra se p̄mi nūerēt alios duos scd̄m aliquē numerū a nullo illoꝝ p̄moꝝ numeratū nō poterit illis duobꝰ nūeratis tertiꝰ in ꝯtinua ꝓportionalitate adiūgi ¶ 21. Si quotcūqꝫ nūeri quoꝝ nullꝰ ē vnitas fuerint ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ in sua ꝓportione mīmi nō poterit aliꝰ in ꝯtinua ꝓportiōalitate ipsoꝝ ipis addi. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si quotcūqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales inequales fuerint in sua proportione minimi nō poterit aliqs in ꝯtinua ipsoꝝ ꝓportionalitate ipsis addi post mīmū. ¶ 22. Si quotcūqꝫ nūeri ꝯtinuo proportionales in sua ꝓportione mīmi nūerent totidē alios scd̄z nūeꝝ nō nūeratū ab aliquo duoꝝ mīmoꝝ talis ꝓportionis nō poterit aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate ipsis adiūgi. ¶ 23. Si aliquibꝰ nūeris ordinatim cōtinuo ꝓportionalibꝰ possint quotcūqꝫ in ꝯtinua ipsoꝝ ꝓportionalitate adiūgi maximis nūerātibꝰ binos ⁊ binos ꝑimos poterūt totidē addi in ꝯtinua ꝓportionalitate scd̄z eādē ꝓportionē. Similit̄ ⁊ mīmis nūeratis a binis ⁊ binis poterūt totidē addi in ꝯtinua ꝓportionalitate scd̄m eādē ꝓportionē. ¶ 24. Si aliqbꝰ nūeris ꝯtinuo ꝓportionalibus possint quotcūqꝫ in ꝯtinua ipsoꝝ ꝓportionalitate addi mīmꝰ eoꝝ nūerabit oēs ⁊ erūt illi ꝓportionales scd̄m ꝓportionē multiplicē aut submultiplicē. ¶ 25. Si quotcūqꝫ nūeri ab vnitate inchoādo fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales qlibet p̄cedēs quēlibet sequētē ip̄m nūerabit ꝑ aliquē illorū q̄ totꝰ ab vnitate inter illos in ordine quotꝰ ille nūeratꝰ est ab ip̄o. Et ex ꝯñti qlibet p̄cedēs cuiuslibet sequentis erit ꝑs aliquota. ¶ 26. Si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando cuiuslibet eoꝝ ad vnitatē erit ea ꝓportio q̄ totꝰ in ordine ipsoꝝ post ipsū ad ip̄z. ¶ 27. Si quotcūqꝫ nūeri ab vnitate inchoādo fuerint ordinatiz ꝯtinuo ꝓportionales ⁊ scd̄s post vnitatē fuerit p̄mus nullꝰ nūerabit aliquez in illo ordine positoꝝ nisi aliqs illoꝝ. ¶ 28. Si quotcūqꝫ nūeri ab vnitate inchoādo fuerint ordinatiz ꝯtinuo ꝓportiōales ⁊ aliqs p̄mus nūeret aliquē illoꝝ ille nūerabit quēlibet eoꝝ p̄ter vnitatez. Et ex ꝯñti si aliquis sit cōmēsurabilis alicui eoꝝ ille erit ꝯmensurabilis cuilibz illoꝝ p̄ter vnitatē. Et si aliqs alicui eoꝝ p̄ter vnitatē sit incōmēsurabilis cuilibz eoꝝ erit icōmēsurabilis. ¶ 29. Si quotcūqꝫ nūeri fuerint ordinatiz ꝯtinuo ꝓportionales a mīmo inchoādo ⁊ p̄mꝰ de scd̄o tollat̄ simulit̄ ⁊ ex aliquo alio sequentiū residuū scd̄i ad p̄mū erit ea ꝓportio q̄ residui alteriꝰ a quo substrahit̄ ad ꝯpositū ex oībus alijs p̄cedētibus ip̄m. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si quotcūqꝫ nūeri fuerint ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales fuerītqꝫ scd̄s duplꝰ vel maior q̄ duplꝰ ad p̄mum vocādo p̄mū mīmū ⁊ scd̄m mīmū alioꝝ quilibet sequēs scd̄m erit maior ꝯposito ex oībus alijs precedētibus ip̄m. ¶ 30. Si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando nullus eoꝝ nūerabit̄ a ꝯposito ex vnitate ⁊ ex aliquo alio vel aliquibꝰ alijs ipsorū. ¶ 31. Si duobꝰ nūeris inequalibꝰ nō possit tertius addi in continua ꝓportionalitate post maiorē nullꝰ se habebit ad ꝯpositum ex illis sicut maior ad minorē nec tale ꝯpositum ad aliquē sicut minor ad maiorē ⁊ si nullꝰ possit eis addi post minorē nullus se habebit ad tale ꝯpositū sicut minor ad maiorem nec tale ꝯpositū in ordine ad aliquē sicut maior ad minorē. ¶ 32. Si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportiōales qbꝰ nō possit aliqs addi post vltimū in ꝯtinua ꝓportiōalitate erit ꝯpositi ex p̄mo ⁊ scd̄o ad ꝯpositū ex scd̄o ⁊ tertio ea ꝓportio q̄ p̄mi ad scd̄z. Et similit̄ ꝯpositi ex scd̄o ⁊ t̄tio ad ꝯpositū ex t̄tio ⁊ quarto si tot fuerint erit eadē ꝓportio ⁊ nō poterit illis cōpositis addi aliqs in ꝯtinua ipsoꝝ ꝓportionalitate post ꝯpositū ex vltimo ⁊ penultimo. ¶ 33. Si post aliquem duoꝝ nūeroꝝ nō possit tertiꝰ addi ī ꝯtinua ꝓportionalitate nō poterit alteri eorūdem ⁊ ꝯposito ex ipis post ip̄m ꝯpositū aliquis in ꝯtinua ꝓportionalitate adiungi ¶ 34. Si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales scd̄m aliquā ꝓportionē fuerintqꝫ totidez alij ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales scd̄m eandē ꝓportionē cuiuslibz p̄mi ordinis ad quēlibz aliū eiusdē erit qꝫ sibi correspōdētis ad correspōdētē alteri in alio ordine. Siliter ⁊ cuiuslibz p̄mi ad ꝯpositum ex q̄buscūqꝫ eiusdē q̄ sibi correspōdētis ex correspōdētibꝰ alijs in alio. ¶ Et ex hac constat ꝙ si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinati ꝯtinuo ꝓportionales inchoādo a mīmo ⁊ aliqs sequēs ꝯposito ex aliqbus p̄cedētibꝰ sit maior qlibet sequēs ip̄z ꝯposito ex totidē p̄cedētibꝰ ꝯsimiliter distātibꝰ ab illo sicut alij distāt ab alio erit maior ⁊ si minor minor. Iste oēs ꝯclusiones posite inductiue in oībꝰ apparent ⁊ oīm exēpla facile possūt h̄ri ip̄arū aūt demōstrationes si vis videre ī q̄rto elemētoꝝ nr̄e arithmetice speculatiue repies

¶ Finis tertij capituli.

¶ Capitulum quartum.



Uelibet ꝓportio maioris ieq̄litatis altera eiusdē rōnis cū ipsa maior supra illā addit ꝓportionē ex q̄ cū illa adequate ꝯponitur. ¶ Pro ista diffinitione ⁊ alijs sequētibus supponēda sūt ea q̄ dicta sūt in expositiōibꝰ diffinitionū ⁊ circa suppositiōes scd̄i cap̄li ⁊ signāt̄ illa q̄ dicta sūt circa modū dicēdi quē isequimur de ꝯpositiōe ꝓportionū fundamētaliter ibi tenēda sūt ¶ Tūc circa istā diffinitionē est aduertēdum ꝙ q̄uis ꝓportio maioris iequalitatis quacūqꝫ ꝓportione minoris inequalitatis sit maior nullo tn̄ excessu aliqua maioris inequalitatis aliqua minoris inequalitatis est maior. Et ita de ꝓportione maioris iequalitatis respectu ꝓportionis eq̄litatis ⁊ de ꝓportiōe eq̄litatis respectu ꝓportiōis minoris iequalitatis ⁊ etiā nulla addit aliquē excessū supra aliam nisi omnes ille tres sint eiusdē rōnis ⁊ ꝓpterea in illa p̄ma diffinitione addit̄ illa ꝑticula eiusdē rōnis cuz ipsa. Est vltra aduertēdum ꝙ si teneatur ꝓportionem binarij ad vnitatē esse indiuisibilem cū illa sit quacūqꝫ supparticulari q̄ est eiusdem rationis cum ipsa maior diffinitio ista nō habet verū in rigore sed opꝫ ipsam intelligere hoc modo vcꝫ quelibet ꝓportio maioris inequalitatis altera eiusdē rōnis cuz ipsa maior vel ipsi equalis supra alteram vel illi equalem addit ⁊ cetera. Et ad hunc sensum pro maiori ꝑte loquimur in hac mā. Tunc diffinitio ista est nota.

¶ 2. Quelibet autez proportio minoris inequalitatis altera eiusdem rationis cū ipsa minor vltra illaz addit ꝓportionem ex qua cū illa adequate ꝯponitur. ¶ Circa istam diffinitionez est aduertendum ꝙ sicut tactum est in p̄ma suppositione scd̄i capituli omnis proportio minoris inequalitatis ex aliquibus composita qualibz sua parte est minor rō huius apparet ex dictis in scd̄o capitulo propterea in talibus ꝓportio minor addet supra maiorē ⁊ nō maior supra minorē. Hoc supposito ꝓportiōabilr̄ q̄ ad alia itelligēda est sicut p̄cedēs diffiō.

¶ 3. Differentia ꝓportionum inequaliū eiusdē rōnis est ꝓportio quā maior vltra minorem vel minor vltra maiorem addit. ¶ Circa istā diffinitionē est aduertēn

dū ꝙ in ꝓportionibus maioris inequalitatis inequalibus maioꝛ vel ipsi equalis addit supꝛa minoꝛeʒ ꝺ͛am tꝑaruʒ ex quo minoꝛ debet esse ꝑs maioris vel alicuiꝰ equalis maioꝛi. In ꝓportionibus aūt minoris inequalitatis inequalibus minoꝛ addit vltra maioꝛē ꝺ͛aʒ ipsarum qꝛ maioꝛ vel ipsi equalis est sicut ꝑs minoris vel illi eq̄lis. Et ꝓpterea esto ꝙ ꝓportio aliqua minoris inequalitatis ꝑ aliquē excessum dicaꝛ altera minoris inequalitatis maioꝛ nō tn̄ hoc ideo erit qꝛ illa talē excessum vltra aliā addat sed potius econuerso qꝛ alia vltra illā talē addit. Et ꝓpter hoc ponunꝛ ille due ꝑticule ī diffinitione. Tunc diffinitio illa est euidens.

¶ 4. Proportionē ꝓportioni addere est illā cum illa proprie continuare ita vt ex eis vna totalis efficiatur. ¶ Circa istā diffinitionē est aduertendū ꝙ quē̄admodum nulla ꝓportio ꝓprie ꝯtinuatur cum alia alterius rōnis ab illa ita nulla ꝓportio poterit addi alicui proportioni aut ab ea substrahi nisi ambe ille sint eiusdem rōnis saltem loquēdo ꝓprie de additione vel substractione ita ꝙ ꝑ additionē vnam ꝯstituāt cuius vtraq; sit ꝑs ⁊ ꝑ substractionē remaneat aliqua que sit eiusdem rōnis cum vtraq;. Tūc diffinitio illa est manifesta. Et ex ipsa apparet q̄d sit ꝓportiones quascūq; alicui vel sibi inuicē addere. Est eñ ipsas oēs ꝓprie ꝯtinuare et ex ipsis vnā totalē effici. Aduerte tn̄ ꝙ cum in hac materia ꝯcedit aliquam ꝓportionē alicui addi ⁊ ex ipsis vnam effici illud intelligēdum est scd̄ʒ se vel similes ⁊ ad ꝓportionabilē sēsum intelligetur aliquas eandē cōponē vel eiusdē esse ꝑtes alias eñ nō haberent veruʒ ea q̄ ꝯmuniter circa hoc ꝓpositum dici solent ⁊ inferiꝰ dicētur ꝙ ideo rectiꝰ loquēdo saltē scd̄m sēsū fīm quē ꝯmuniter solēt loqui doctores ī hac materia. Proportionem ꝓportioni addere nō aliud esset q̄ꝫ similes proportiones illis ꝓprie ꝯtinuatas reꝑire. ¶ Et hoc erit etiam ꝓportiones aliquas continuare.

¶ 5. Proportionem aūt a ꝓportione substrahere est illā cum ꝑte illius cum qua illam ꝯstituit discōtinuare vel illā a qua substrahi debet anichilari. ¶ Circa istā diffinitionē est aduertendū ꝙ sicut ꝯcedimus in quātitatibus ꝙ aliq̄n ꝑ substractionē vniꝰ ab alia aliquid remanet ⁊ aliquando nichil vt puta q̄n equale ab equali substrahiꝛ ita etiam in ꝓportionibus cōtingit. Et propterea in diffinitione additur illa vltima particula.

¶ 6. Proportionē maioris inequalitatis augere est ꝓportionem maioris inequalitatis sibi addere. ¶ Circa istā diffinitionē est aduertendū ꝙ multis modis potest ꝓportio maioris inequalitatis augeri. Primo mō per augmentū termini maioris minori īuariato. Scd̄o ꝑ decrementum minoris maiori inuariato. Tertio per augmentū maioris ⁊ decrementum minoris simul ⁊ semel. Quarto ꝑ augmentū amborū q̄n maiorem ꝓportionē acquirit maioꝛ terminꝰ supra se q̄ꝫ minoꝛ. Quinto ꝑ decrementū amborum vbi minoꝛ maioꝛē ꝓportionem deꝑdit q̄ꝫ maioꝛ. Et ibi loquoꝛ indifferēter de decremēto aut cremēto quod fit ꝑ additamentum vel remotionē aut alio modo ⁊ quocūq; istorum modorū ꝓportio ꝓportioni q̄ augetur additur ad hūc sēsum ꝙ ꝓportio que resultat scd̄m se vel similez ex illa q̄ dicitur augeri vel simili sibi ⁊ alia ꝓprie cōtinuata cum ipsa resultat. Hoc dico pro tanto qꝛ nō semꝑ opʒ ꝙ talis proportio que resultat ex tali que dꝛ augeri cōponatur sic eñ a nūero ternario auferaꝛ vnitas ⁊ a ternario nūerus binariꝰ dicemꝰ ꝓportionem illam. 4. ad. 3. augeri nō tn̄ illa remanebit ex tali ꝓportione. 4. ad. 3. ꝯponetur. Propterea diffinitio illa intelligaꝛ ad sēsū datū.

¶ 7. Proportionē aūt maioris inequalitatis diminuere est ꝓportionē maioris inequalitatis ab ea substrare. ¶ Circa istam diffinitionem aduerte ꝙ multis modis potest ꝓportio maioris īequalitatis diminui. Primo modo ꝑ decremētum termini maioris minori inuariato. Scd̄o ꝑ decremētum minoris maiori inuariato. Tertio ꝑ crementū minoris ⁊ decrementū maioris simul. Quarto ꝑ crementū amboꝝ cū minoꝛ maioꝛē ꝓportionē acquirit supꝛa se q̄ꝫ maioꝛ. Quinto ꝑ decremētum amborū cū minoꝛ maioꝛē ꝓportionē deꝑdit q̄ꝫ minoꝛ. Et ibi loquoꝛ de decremēto ⁊ cremento sicut in ꝑcedēti diffinitione. Et quocūq; istorū modoꝝ dicitur ꝓportio aliqua ab illa que decrescit substrahi ad hunc sēsū vē. aut ꝙ anichileꝛ aut ꝙ remaneat ꝓportio que scd̄m se vel sibi similē est ꝑs ꝓportionis q̄ dꝛ diminui vel alicuiꝰ similis illi qd̄ addo ꝓpter illū casū vē. vbi ternarius cresceret ꝑ vnitatē ⁊ vnitas ꝑ binariū ꝓpterea igitur intelligatur diffinitio ad hunc sensum.

¶ 8. Proportionē minoris inequalitatis augere ē ꝓportionē minoris inequalitatis ab ea auferre. ¶ Circa istā diffinitionē aduerte ꝙ quē̄admodū ad minorationē intēsionis sequiꝛ maioratio remissionis ita etiā ad minorationē ꝓportionis maioris inequalitatis sequtur maioratio ꝓportionis minoris inequalitatis ⁊ propterea tot modis quot ꝓportio maioris inequalitatis pōt minorari tot modis ꝓportio minoris inequalitatis diciꝛ maiorari ī quocūq; tali casu ad ꝓportionabilē sēsū ꝯcedendū est ꝙ ꝓportio minoris īequalitatis a proportione mīoris īequalitatis substrahiꝛ sicut ꝯcessum est ꝙ ꝓportio maioris īequalitatis a ꝓportione maioris īequalitatis substrahiꝛ ꝓpterea diffinitio ista ꝓportionabiliꝛ ītelligenda est sicut ꝑcedens quo ad illud vꝫ sicut remissio ꝑ ablationē ꝑtis ab ea fit maioꝛ remissio ita ꝓportio minoris īequalitatis ꝑ remotionē ꝑtis sub ea efficereꝛ maioꝛ ꝓportio mīoris īequalitatis ⁊ ꝑ oppositū ꝯtingit ī hīs q̄ꝫ ī ꝓportionibꝰ maioris inequalitatis. His suppositis hec diffinitio est clara.

¶ 9. Proportionē aūt minoris īequalitatis diminuere est proportionem minoris inequalitatis illi addere. ¶ Circa hanc diffinitionē ꝯsimiliter ⁊ supponēduʒ ꝙ eisdem modis q̄bus ꝓportio maioris īequalitatis maioraꝛ ꝓportio mīoris īequalitatis ⁊ in quocūq; tali casu ad ꝓportionabilē sēsū ꝯcedēdū est ꝙ ꝓportio mīoꝝ īequalitatis ꝓportioni mīoris īequalitatis addiꝛ sicut ꝯcessū ē ꝙ ꝓportio maioꝝ īequalitatꝫ ꝓportiōi maioꝝ ineq̄litatis addiꝛ ⁊ ꝓpterea diffinitio ista quo ad illud ꝓportionabiliꝛ ītelligēda est sicut. 6. Vñ ex additione ꝓportiōis minoꝝ īequalitatꝫ ad ꝓportionē mīoris īeq̄litatꝫ efficiꝛ mīoꝛ ꝓportio mīoꝝ īequalitatꝫ q̄ꝫ aliq̄ illaꝝ ⁊ ꝑ illud illa cui addiꝛ dꝛ decrescere sicut ꝑ additionē ꝓportionis maioꝝ īequalitatꝫ ad ꝓportionē maioris īequalitatꝫ dicimꝰ illā crescere cui fit additio quē̄admodū de remissiōe ī ordīe ad ītēsionē ꝯtigit. Hec oīa q̄ in expōibꝰ istaꝝ q̄tuoꝛ diffinitionū de cremēto ⁊ de decremēto taliū ꝓportionū dicta sunt ex scd̄o correlario. 5. scd̄i nr̄e arithmetice speculatiue ⁊ ex duobꝰ ꝑmis correlarijs. 20. eiusdem demonstratiue apparent.

¶ 10. Proportionē ī duas adeq̄te diuidere ē t̄minū mediū īter t̄mīos eiꝰ maioꝛē mīoꝛ ⁊ mīoꝛē maioꝛi statuere ⁊ ipm̄ ad ꝯñs illiꝰ ⁊ añs eiusdē ad illud cōꝑare. Proportionē aūt ī tres adeq̄te diuidere ē duo media īeq̄lia īter extrema illiꝰ q̄ꝝ quibꝫ sit maiꝰ mīoꝛi ⁊ mīnꝰ maioꝛi statuere ⁊ añs illiꝰ ad vnū illoꝝ ⁊ illd̄ ad reliqū ⁊ reliqū ad ꝯñs ꝯꝑare ita vt oēs ꝓportiōes ꝑuenientes sic sint eiusdē rōnis cū illa ⁊ ita deinceps. ¶ Circa istā diffinitionē ē aduertēdū ꝙ nō solū ꝓportio maioꝝ īeq̄litatꝫ illo mō diuidiꝛ sum ēt ꝓportio minoꝝ ineq̄litatꝫ licet ꝑ

diuisionē ꝓportio maioris inequalitatis decrescat ad hunc sensum ꝙ quelibet illaꝝ in quas diuiditur est minor illa diuisa ⁊ ꝓportio minoris inequalitatis ꝑ diuisionem crescit ad hūc sensum ꝙ quelibꝫ illaꝝ in quas diuidit̄ est maior illa diuisa. Unde cum ꝓportio diuiditur dicit̄ diuidi in illas ꝓportiones que resultāt ex talibus cōparationibus de quibus tangitur in diffinitione Est vltra aduertēdū ꝙ nulla ꝓportio ꝓprie diuiditur in aliquas nisi q̄libet illarum sit eiusdeꝫ rōnis cum illa ⁊ ꝓpterea capta ꝓportione .8. ad .4. ⁊ cōparando .8. ad .5. ⁊ .5. ad .6. non diuideretur ꝓprie ꝓportio illa in ꝓportiones prouenientes ex talibus cōparationibus. Et ꝓpter hoc subditur illa vltima ꝑticula in diffinitione vbi fit sermo de diuisione alicuiꝰ ꝓportionis in tres proportiones. Et proportionabiliter loquendum esset de diuisiōe alicuiꝰ ꝓportiōis in plures q̄ tres. ¶ His suppositis ponēde sūt ꝓpositiones quarū ꝑma sit hec



Uascūq₃ duas ꝓportiones inequalitatis ī numeris repꝑibiles ꝯtingit in tribꝰ numeris reperire quoꝝ idē vtriusq₃ sit añs. Et similit̄ in tribus quorū idē sit vtriusq₃ ꝯñs. Si eñ sint a ad b ⁊ c ad d quecunq₃ due tales proportiones ⁊ velis ꝑmū in ꝓpositione ꝓpositum facere multiplica a ꝑ c ⁊ fiat e ⁊ ꝑ d ⁊ fiat f ⁊ b ꝑ d ⁊ fiat g quo facto e ad f erit ea ꝓportio q̄ c ad d ⁊ e ad g q̄ a ad b ꝑut ex .13. ⁊ .14. s̄cdi cpl'i apparet factum erit ergo ꝑmum ⁊ si vis s̄cdm facere multiplica b ꝑ d ⁊ fiat e ⁊ b ꝑ c ⁊ fiat f ⁊ a per d ⁊ fiat g erit tūc f ad e q̄ c ad d ⁊ g ad e que a ad b ꝑ eandeꝫ s̄cdi capl'i fctiū itaq₃ erit s̄cdm. ¶ 2. Quotlibꝫ ꝓportiones inequalitatis in numeris repꝑibiles ꝯtingit in aliquibꝰ numeris stabilire quorum idē cuiuslibꝫ illaꝝ sit añs similiter et in aliquibus quorū idem cuiuslibꝫ illarū sit ꝯñs. Quibuscunq₃ eñ talibus ꝓportionibus datis ⁊ ipsis aliquo ordine positis si vis facere ꝑmum in propositione ꝓpositum pone ꝑmo ꝑ ꝑcedentem duas ꝑmas in tribus numeris puta a b c quoꝝ a sit vtriusq₃ añs ⁊ sit ꝓportio d ad e tertia illarum sumptaruꝫ ⁊ f ad g quarta ⁊ duco a b ⁊ c ordinatim in d ⁊ fiant ordinatim h k ⁊ l ⁊ a in e ⁊ fiat m tūc ꝑ .13. ⁊ .14. s̄cdi cpl'i g ad k vt a ad b ⁊ h ad l vt a ad c ⁊ h ad m vt d ad e inuenies ergo tres ꝑmas in illis terminis h k l m quorum h cuiuslibꝫ illarū est añs ductis igitur illis quatuor ordinatim in f ⁊ productis ordinatim n o p q ⁊ ducto h in g ⁊ ꝓducto r per idē inuenies illas quatuor ꝑmas in hijs quinq₃ numeris n o p q r quoꝝ n erit oīm añs. Et ꝯsimiliter ī quecunq₃ pluribus procedes. Et si vis s̄cdm facere pone ꝑmo ꝑ ꝑcedentem ꝑmas duas in tribus numeris qui sint a b c ⁊ duc oēs istos tres ordinatim in ꝯñs tertie ⁊ postea ꝯñs illoꝝ trium in añs tertie ⁊ occurrat tibi ꝓpositum de tribus ꝑmis. Et proportionabilit̄ ꝓcede ī quotcūq₃ pluribus. ¶ Ex ꝑma istoꝝ apparet modus cognoscendi de quibuscunq₃ duabus ꝓportionibus in numeris repꝑibilibus an sint equales vel iequales. Et si inequales q̄ illarum sit maior positis eñ illis in tribus terminis quorū idē sit vtriusq₃ añs si alij duo sint equales ille erunt equales ⁊ si inequales inequales et illa erit maior cuius minor illorū maior aliorum erit ꝯñs ꝑut ex .13. ⁊ .14. s̄cdi cpl'i apparet. Et idē poterit etiā cognosci ponēdo eas in tribus numeris quorum idem sit vtriusq₃ ꝯñs si eñ alij duo sint equales ille sunt eq̄les ⁊ si inequales inequales ⁊ illa erit maior cuius maior aliorum erit añs. Et eodem modo ex p̄dictis apparet de quotcunq₃ in numeris reperibilibus modꝰ cognoscendi an sint equales vel inequales ⁊ si iequales que illarum sit maxima ⁊ que minima. ¶ 3. Si fuerint due ꝓportiones maioris inequalitatis inequales excessus maioris supra minorē erit ꝓportio ꝓducti ex añte maioris in ꝯñs minoris ad productum ex ꝯñte maioris in añs minoris. Hoc manifeste apparet ponendo eas in tribꝰ terminis s̄cdm ꝙ docuit ꝑma huiꝰ capituli quoꝝ idē sit vtriusq₃ añs aut idē vtriusq₃ ꝯñs. ¶ 4. Si fuerint due ꝓportiones minoris inequalitatis iequales minor illarū addet supra maiorem ꝓportioneꝫ producti ex ꝯñte maioris ⁊ añs minoris ad productū ex añte maioris in ꝯñs minoris. Hec etiā eodē mō ꝯstat sicut ꝑcedens. ¶ .5. Si fuerint due ꝓportiones inequales ⁊ añs maioris fuerit maius añte minoris et ꝯñs ꝯñte proportio añtis maioris ad añs minoris addet supra proportionē ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris ꝓportionē producti ex añte maioris ad ꝯñs minoris ad productū ex añte minoris in ꝯñs maioris ⁊ per illaꝫ erit illa maior. Tunc eñ ex terminis ⁊ ex .25. s̄cdi capituli añtis maioris ad añs minoris erit maior ꝓportio maioris inequalitatis q̄ ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris ⁊ tūc ex añ precedēti cōstat propositum. ¶ 6. Si fuerint due ꝓportiones inequales ⁊ añs maioris fuerit minus añte minoris ⁊ ꝯñs ꝯñte ꝓportio ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris addet supra proportioneꝫ añtis maioris ad añs minoris ꝓportionem producti ex añte minoris in ꝯñs maioris ad productuꝫ ex añte maioris in ꝯñs minoris ⁊ ꝑ talem proportionē erit illa minor. Tunc eñ ex terminis ⁊ ex .25. s̄cdi cpl'i añtis maioris ad añs minoris erit maior ꝓportio minoris inequalitatis q̄ ꝯñtis maioris ad ꝯñs minoris ⁊ tūc ex añ precedēti ꝯstat qđ hec proponit. ¶ Ex hijs quatuor ꝯclusionibꝰ apparet modus cognoscendi differentiā quarumcūq₃ duarū proportionū eiusdem rōnis inequalium vniꝰ ad alteraꝫ ⁊ ex ꝯñti apparet si fuerint due ꝓportiōes eiusdē rōnis quarū vna potest substrahi ab alia qualit̄ substrahi debeat ⁊ imꝑmis si sint equales nō est in illo difficultas ⁊ si inequales opꝫ tunc ꝙ illa a qua substrahi pōt addat aliquā eiusdem rōnis supra illaꝫ q̄ erit earum dr̄a inuenta eñ eaꝝ dr̄a ꝑ ꝯclusiones ꝑcedentes ⁊ illa relicta ⁊ altera illius ꝑte semota quod facillime fiet ponendo illas in tribꝰ terminis quoꝝ idē sit vtriusq₃ añs aut vtriusq₃ ꝯñs ⁊ ita fiet substractio illiꝰ ab alia ¶ 7 Quibuscūq₃ duabꝰ proportionibꝰ inequalitatis in numeris repꝑibilibꝰ datis ꝯtingit duas similes illis ī minimis nūeris ꝓprie vel iꝓprie ꝯtinuare. Captis enim duabꝰ similibus illis in suis minimis nūeris quarū vna sit a ad b ⁊ alia c ad d faciā illā ꝑmam quā volo ponere ꝑmam in tali ꝯtinuatione ita vt ꝯñs illiꝰ sit añs alterius ⁊ sit illa a ad b ⁊ inuenio ꝑ oīs i tertio cpl'o minimū numeꝝ quē nūerāt b ꝯñs ꝑme ⁊ c añs s̄cde qui sit e quē nūeret b ꝑ f ⁊ c ꝑ g ⁊ sit h nūerꝰ quē a añs ꝑme numeret ꝑ f ⁊ k nūerus quē d nūeret per g tunc ex primo correlario .14. secūdi capl'i proportio h ad e est q̄ a ad b ⁊ e ad k que c ad d sūt ergo ille ꝯtinuate in hijs terminis h e k ordinatum quarum proportio a ad b est ꝑma dico ergo ꝙ illi tres sut minimi in quibus tales ꝓportiones taliter continuari possunt. Hic tamē aduerte ꝙ interdum refert sic vel sic proportiones cōtinuare quia vno modo cōtinuando aliqui termini essent minimi in tali continuatione ⁊ non alio modo sicut ꝑꝫ in hijs .6.4.3. Et in hijs .4.3.2. qualitercunq₃ tamen due continuentur siue vna efficiatur ꝑma siue alia idē per redit eadem proportio extremorum talis continuationis prout ex equa proportionalitate manifestissime concludi pot est. Et hoc etiam apparebit inferius. ¶ 8. Quibuscūq₃ duobus nūeris quoruꝫ q̄libet ex

ductu alicui⁹ in aliquē sit datis cuiuslibet lateris vni⁹ illorum ad quodlibz latus alterius est ea ꝓportio que illius ꝓducti ad aliquē nūerum cuius ad alterum productum est ea q̄ reliqui lateris eiusdē ad reliquum latus alterius. Latus alicui⁹ nūeri dr̄ nūer⁹ q̄ multiplicatus illuz ꝓducit. ¶ 9. Si quotcūqz nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales in totidē ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ducant̄ ꝑmum añs in primum añs ꝛ scd̄m in scd̄m et ita deinceps qui ꝓducentur erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales scd̄z ꝓportionem inter cuius extrema adequate repientur ꝯtinuate ille due ꝓportiones scd̄m quas illi ꝛ alij sunt continuo ꝓportionales. ¶ 10. Numeroruz cōtinuo ꝓportionalium aliquē esse equalem ꝯposito ex aliquib⁹ eorundē est impossibile. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ nullus nūerus pōt diuidi in aliquot ptes adequate ita vt illi⁹ ad primaz sit ea ꝓportio q̄ ꝑme ad scd̄az ꝛ ꝑme ad scd̄az q̄ scd̄e ad tertiā sit tot fuerint. Et ita deinceps vsqz ad vltimā. ¶ 11. Numerū aliquē adequate ꝯpositum ex duab⁹ ptibus inequalibus cuius ad maiorē ptem sit minor ꝓportio q̄ maioris ad minorem ꝯtingit repire simul ꝛ aliquē adequate ꝯpositum ex duob⁹ inequalibus cui⁹ ad maiorē maior erit q̄ illius ad minorem. ¶ Primū repies capta quacunqz multiplici in numeris de cōposito ex añte ꝛ ꝯñte illius. Et scd̄m repies captis quibuscunqz duobus nūeris quorū quilibz sit maior vnitate ꝛ eorū dr̄a vnitas de ꝯposito ex illis. ¶ 12. Numerum adequate ꝯpositum ex duobus inequalibus cui⁹ ad maiorē ꝓportio sit data ꝓportione maioris inequalitatis minor similiter ꝛ ꝓportione illius maioris ptis ad minorem contingit repire. Nā si a ad b sit data ꝓportio maioris inequalitatis capiā illam inter b ꝛ c maiores vnitate quorum dr̄a sit etiam maior vnitate ꝛ sit d multiplex c maior b cui addo binarium ꝛ fiat e tūc dico ꝯpositum ex d ꝛ ex binario se hr̄e vt ꝓponitur p respectum ad d ꝛ binarium. ¶ 13. Quacūqz ꝓportione maioris inequalitatis data ꝯtingit numerū adequate ꝯpositum ex duobus inequalib⁹ repire cuius ad maiorem ptem maior sit ꝓportio q̄ maioris ad minorē ꝛ maioris ad minorē sit mior ꝓportio illa ꝓportiōe data. Data eni tali ꝓportione maioris inequalitatis q̄ sit a ad b sint c maior ꝛ d minor iuxta se positi quorum quilibet sit maior a. Tūc dico totum c d esse numerū quesitū p respectum ad c ꝛ d. ¶ 14. Si tres nūeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales alijs trib⁹ ordinatim cōtinuo ꝓportionalibus ꝑm⁹ ꝑmo ꝛ scd̄s scd̄o ꝛ tertius tertio ꝓportionent̄ fueritqz scd̄s illoꝝ inequalis scd̄o aliorum ꝛ ꝓportiones primi ad primū ꝛ tertij ad tertiuz ꝯtinuēt̄ erit ꝓportio extremorum talis ꝯtinuationis vt ꝓportio adequate cōposita ex duab⁹ equalib⁹ ꝓportionib⁹ scd̄i ad secundū. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ in casu ꝓpositionis ꝓportio maioris inequalitatis repta int̄ extremos talis cōtinuationis erit dupla ad ꝓportionem maioris īequalitatis reptam int̄ illos secundos ꝛ ꝓportio minoris inequalitatis repta inter extremos talis ꝯtinuatiōis erit subdupla ad ꝓportionem reptaz int̄ illos medios ꝛ ex cōsequenti int̄ illos extremos cadet medius geometrice ꝓportionalis. ¶ 15. Si q̄tuor nūeri ordinati cōtinuo ꝓportionales alijs q̄tuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalib⁹ ꝓportionent̄ ꝑm⁹ ꝑmo ꝛ scd̄s scd̄o ꝛ sic ꝯñr ꝛ due ꝓportiones ꝑmi ad ꝑmū ꝛ quarti ad quartuz ꝯtinuent̄ silr ꝛ due scd̄i ad scd̄m ꝛ tertij ad tertium erit proportio extremoꝝ vnius illaꝝ ꝯtinuationum sicut ꝓportio extremorum alterius. ¶ 16. Si quotcunqz nūeri totidem alijs ꝓportionent̄ qualitercuqz illis ꝓportionentur omnib⁹ ꝓportionib⁹ ꝓuenientibus ꝯtinuatis redibit ꝯtinuo ꝯsimilis ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuatiōis. ¶ 17. Si due ꝓportiones ꝯtinuent̄ qualitercūqz continuent̄ ꝯtinuo redibit eadē ꝓportio extremorū talis ꝯtinuationis. ¶ 18. Si duab⁹ ꝓportionib⁹ cōtinuatis vltra ꝯtinuetur aliqua siue in principio siue in fine siue inter illas ꝯtinuo redibit eadē ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuationis. ¶ 19. Si quotcūqz ꝓportiones ꝯtinuēntur qualitercūqz ꝯtinuent̄ ꝯtinuo redibit eadē ꝓportio extremoꝝ talis ꝯtinuationis. ¶ 20. Si prima ꝓportio addat supra scd̄am tm̄ q̄tum tertia supra quartā erit ꝯposita ex ꝑma ꝛ quarta equalis ꝯposite ex scd̄a ꝛ t̄tia. ¶ 21. Si prima ꝓportio maiorē ꝓportinem addat supra scd̄am q̄ tertia supra quartā ꝛ ꝑma ꝛ qurta ꝯtinuent̄ similr̄ ꝛ scd̄a ꝛ tertia maior erit ꝓportio ꝑmi extremi ad vltimū ꝯtinuationis ꝑme ꝛ quarte q̄ ꝑmi ad vltimum ꝯtinuatiōis scd̄e ꝛ tertie. Et si minorē addat erit minor. ¶ 22. Si inequales ꝓportiones eiusdem rōnis equalibus eiusdē rōnis cū ipis ꝯtinuent̄ erit cōpositaꝝ eadē dr̄a que additaꝝ. ¶ Ex hac constat ꝙ si ab inequalib⁹ ꝓportionib⁹ eiusdē rōnis equales ptes auferant̄ erit remanētium eadē dr̄a que ꝯpositarum ex illis ꝛ ex ablatis. ¶ 23. Si ꝑma fuerit maior ꝓportio scd̄a ꝛ tertia fuerit maior quarta vel illi equalis ꝛ ꝑma ꝛ t̄tia ꝯtinuent̄ similr̄ ꝛ scd̄a ꝛ quarta erit primi extremi ad vltimū ꝯtinuationis ꝑme ꝛ t̄tie maior proportio q̄ ꝑmi ad vltimum ꝯtinuationis scd̄e ꝛ quarte. ¶ 24. Si ab equalib⁹ ꝓportionib⁹ auferant̄ ptes inequales erit dr̄a ptium remanētium equalis dr̄e ptiū ablataꝝ. ¶ 25. Si fuerint due ꝓportiones inequalitatis equales ꝛ vna ps vni⁹ ab vna earū auferatur ꝛ alteri addat̄ erit illa ps medietas dr̄e illaꝝ que resultabunt. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si fuerint due ꝓportiones maioris inequalitatis ꝛ minor ps q̄ medietas excess⁹ maioris supra minorē auferat̄ a maiori ꝛ addat̄ minori q̄d remanebit ex maiori erit maior ꝓportio q̄ alia que fiet ex minori cum illo addito sibi ꝛ erit earū dr̄a minor q̄ prius. ¶ 26. Quacunqz ꝓportione maioris inequalitatis in numeris repibili data cōtingit aliquā maioris inequalitatis in nūeris repire cuius dupla est illa minor ꝛ ꝯtingit etiam aliquā minorem ipa in nūeris repire cui⁹ dupla sit illa maior. Quia si a sit talis ꝓportio maioris inequalitatis data q̄cunqz fuerit capiā illam in duobus nūeris quorum dr̄a sit maior vnitate q̄ sint b maior ꝛ c minor capiā numeꝝ minorez b sola vnitate q̄ sit d tunc ꝓportio dupla ad ꝓportionē b ad d erit minor a ꝛ dupla ad ꝓportionē d ad c erit illa maior. ¶ Ex hac cōstat ꝙ q̄libet ꝓportio maioris inequalitatis adequate ꝯposita ex duab⁹ inequalib⁹ nō ꝯmunicantib⁹ est maior q̄ dupla ad minorē illarum ꝛ minor q̄ dupla ad maiorē. ¶ Patz vltra ꝙ quacūqz ꝓportione maioris inequalitatis in nūeris repibili data ꝯtingit aliquā maioris inequalitatis in nūeris repire cui⁹ tripla sit illa minor ꝛ aliquā cuius quadrupla est illa minor ꝛ sic in infinituz de quacunqz multiplici. ¶ Nā quacūqz talē data inueniat̄ aliqua maioꝛ inequalitatis p p̄ñte cui⁹ dupla sit illa minor ꝛ vltra inueniat̄ alia ita se hñs, i ordine ad illam inuētam ꝛ ita deinceps ꝛ tunc cōstabit tibi propositū. ¶ 27. Quacunqz ꝓportione minoris inequalitatis in numeris repibili data cōtingit aliquā minoris inequalitatis in numeris repire cui⁹ dupla sit illa minor. Similr̄ ꝛ aliquā minorē ipa ꝯtingit i nūeꝝ repire cui⁹ dupla sit illa maior. Nā si sit a data ꝓportio minoris inequalitatis sit tunc b ꝓportio maioris ineq̄litatis opposito mō sūpta int̄ ēminos a ꝛ sit c q̄cūqz ꝓportio maioris inequalitatis maior b in nūeris repta ꝛ d sit dupla ad c ꝛ sit e ꝓportio mioꝛ īeq̄litatꝭ opposito

modo sumpta īter termios c ꝛ f opposito modo sūpta inter terminos d. Tunc sicut d ꝓportio est dupla c ita e est dupla f ꝛ qꝛ d ꝛ c sunt maiores b per dicta in scdo capitulo e ꝛ f erūt minores a erit igiẗ f ꝓportio minoris inequalitatis cuꝰ dupla vt puta e mioꝛ est a quod est pmū. Et secundum apparet sumptis a ꝛ b ꝓportionibus vt statum ꝛ sumpta c proportione maioris īnequalitatis ꝑ ꝑcedentē minori b cuꝰ dupla q̄ sit d sit maior b ꝛ sit e ꝓportio opposito modo sūpta inẗ terminos c ꝛ f opposito modo sūpta inẗ terminos d tunc sicut d est dupla c ita e est dupla f ꝛ sicut c est minor b ꝛ d maior b: f erit minor a ꝛ e maior a erit igiẗ f ꝓportio minor a cuius dupla vt puta e est maior a quod est ſm.

¶ Ex hac ꝯstat q̄ oībus ꝓportio minoris īequalitatis adequate ꝯposita ex duabꝰ īequalibꝰ nō ꝯmunicātibꝰ est minor q̄ subdupla ad maiorē illaꝝ ꝛ maior q̄ subdupla ad minorem. Et ex ꝯsīli quacumq̄ proportione minoris inequalitatis in nūeris repibili data contingit aliquā repire cuius tripla sit illa minor ꝛ aliquā cuius quadrupla sit illa minor ꝛ sic in infinitū. Alie conclusiones possent poni de diuisione istaruꝫ ꝓportionū in ꝑtes inequales sꝫ si velis illas videre recurre ad .5. elemētoꝝ nr̄e arithmetice speculatiue ꝛ ibi eas videbis haꝝ aūt q̄ ibi posite sunt. Exempla facile possūt hr̄i ꝓpterea breuitatis cā relicta sunt demōstratiōes aūt si velis videre recurre ad librum allegatum.

¶ Finis quarti capituli

¶ Capitulum quintum.

Latus nūeri dicitur ex cuiꝰ multiplicatione ꝑ aliquē numeꝝ numerus ille producit. ¶ 2. Latera aūt numeri dicūẗ ex quorū multiplicatione ꝑ seipsā talis numerus producit ¶ 3. Numerꝰ supficialis est numerus duobꝰ laterībꝰ ꝯtentus. ¶ 4. Numerꝰ aūt solidꝰ est numerꝰ tribus laterībꝰ ꝯtentus ex quoꝝ ꝯtinua multiplicatione ꝓcreatur. ¶ 5. Numerꝰ quadratus est nūerus supficialis duobꝰ equis laterībꝰ ꝯtentus. Uel sic ꝛ clariꝰ nūerus quadratꝰ est nūerus q̄ fit ex ductu alicuius in seipm. ¶ 6. Numerꝰ altera ꝑte longior est numerus supficialis duobꝰ laterībꝰ inequalibꝰ sola vnitate distātibꝰ ꝯtentus. Uel sic ꝛ clariꝰ. Numerꝰ altera ꝑte longior est nūerus qui ꝓducit ex ductu duorū nūerorum inequaliū quoꝝ dr̄a est vnitas vnꝰ in alterum. ¶ 7. Numerus cubꝰ est numerꝰ solidꝰ tribꝰ equis laterībꝰ ꝯtentus. Uel sic ꝛ clariꝰ. Numerꝰ cubꝰ est q̄ fit ex ductu alicuiꝰ nūeri in suū quadratū. ¶ 8. Similes aūt nūeri siue solidi siue supficiales dicunẗ quorū latera sunt ꝓportionalia. Exemplū pme istarū diffinitionum ptꝫ de quolibꝫ istorū numerorū .3.4. respectu 12. Exemplū scde ptꝫ de illis respectu eiusdē numeri Exemplū tertie pꝫ de nūero .12. Exemplū quarte pꝫ de nūero .8. Exemplū quinte ptꝫ de hijs numeris .4.9.16. Exemplū sexte patꝫ de hijs .6.12.20. Exemplū septime patꝫ de hijs .8.27.64. Exemplū vltime quo ad similes supficiales ptꝫ de hijs duobꝰ .12.27. ꝛ quo ad similes solidos ptꝫ de hijs .8.27. ¶ Expositiones istarū diffinitionū clare habētur in sexto elementoꝝ nr̄e arithmetices speculatiue ꝓ nūc tñ, vt sequētia intelligātur, hec duo supponēda sunt. Primuꝫ. q̄ vnitas est numerꝰ quadratꝰ, similiẗ ꝛ cubꝰ. ꝛ hoc cōmuniẗ oēs loquētes in hac materia imaginanẗ. Scdꝫ. q̄ q̄uis scdm diffinitiones datas eiusdē quadrati aut cubi diuersorū numeroꝝ inequalium quilibet sit latus, tñ vt in pluribꝰ loquēdo de latere quadrati illud solet vocari latus quadrati ex quo in se ducto tale quadratū producit. ꝛ illud latꝰ cubi, ex quo in suū quadratū ducto cubus ille producit. Et ita in sequentibus loq̄mur in propositionibꝰ ponēdis more antiquoꝝ. His suppositis ponam aliquas ꝓpositiones, quaꝝ exempla facile possunt hr̄i eaꝝ autem demōstrationes si velis videre, in libro statim allegato repies: et aliaꝝ multaꝝ que ꝯcernunt ꝓprietates istorum numerorū demōstrationes etiā ibi repies. q̄ quia non de directo huic ꝓposito ꝑtinēt, ꝓpẗ breuitatē ibi relinquūẗ. Prīa ꝓpō sit ista

Si tres numeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales fuerint in sua ꝓportione mīmi, ipsorum duo extremi erūt quadrati. Et si quatuor ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales fuerint in sua ꝓportione minimi, duo extremi ipsorum erunt cubi. ¶ 2. Inter quoscūq̄ duos quadratos mediū vnum ꝓportionale scdm ꝓportionem laterū ipsorum, quod ex latere vnꝰ in latꝰ alteriꝰ fit, cadere necesse est. ¶ Ex hac cōstat q̄ nulla pōt esse ꝓportio quadrati nūeri ad quadratū numerū, quin medietas eius in numeris repiatur. ¶ 3. Cuiuslibet quadrati maioris ad quēlibet quadratū minoreꝫ ipso, est dupla ꝓportio ad ꝓportionē lateris ipsius ad latus minoris. Cuiuslibet aūt quadrati minoris ad quēlibet quadratū maiorem ipso subdupla ad ꝓportioneꝫ lateris ipsius ad latus maioris. ¶ 4. Si numeri quadrati fuerint ꝯtinuo ꝓportionales erūt ꝛ latera ipsorū ꝯtinuo ꝓportionalia. et si discōtinuo discōtinuo. ꝛ si latera q̄dratorū fuerit ꝯtinuo ꝓportionalia erūt ꝛ q̄drati ipsoꝝ ꝯtinuo ꝓportiōales ꝛ si discōtinuo discōtinuo

¶ Ex hijs cōstat q̄ si quadrati fuerint ꝓportionales scdm ꝓportionē maioris inequalitatis erūt latera ipsorum ꝓportionalia scdm ꝓportionē subduplam ad illā ꝛ si secundum ꝓportionē minoris ieq̄litatis ſm duplā. Et si latera quadratoꝝ fuerint ꝓportionalia scdm ꝓportionē maioris inequalitatis erunt quadrati illorum ꝓportionales scdm ꝓportionē duplā ad illā. Et si secundū ꝓportionem minoris inequalitatis scdꝫ subduplam. ¶ 5. Inter quoscūq̄ duos cubos duo media ꝓportionalia ſm ꝓportionē lateꝝ ipsoꝝ cadere necesse ē

¶ Ex hac ꝯstat q̄ nulla potest esse proportio cubi ad cubū quin tertia pars illius in numeris reperiri possit. ¶ 6. Cuiuscūq̄ cubi maioris ad quēlibet cubum minorem ipso est tripla ꝓportio ad ꝓportionem lateris ipsius ad latꝰ minoris. Cuiuscūq̄ aūt cubi minoris ad quēlibet cubum maiorē ipso est subtripla ꝓportio ad proportionē lateris sui ad latus maioris. ¶ 7. Si cubi fuerint ꝯtinuo ꝓportionales erunt ꝛ latera ipsorum cōtinuo ꝓportionalia. Et si discōtinuo discōtinuo. et si latera cuborum fuerint ꝯtinuo ꝓportionalia erunt ꝛ cubi ipsorū ꝯtinuo ꝓportiōales ꝛ si discōtinuo discōtinuo

¶ Ex hijs ꝯstat q̄ si cubi fuerint ꝓportionales scdm proportionem maioris inequalitatis erūt latera ipsoꝝ ꝓportionalia scdm proportionem subtriplam ad illaꝫ Et si scdm ꝓportioneꝫ minoris inequalitatis secūdū triplam. Et si latera fuerint ꝓportionalia scdm ꝓportionem maioris inequalitatis erūt cubi ipsorum ꝓportionales secundum ꝓportionem triplā ad illam. Et si secundum ꝓportionem minoris inequalitatis secundū subtriplam. ¶ 8. Cuiuslibet quadrati post vnitatem ad suum latus est ꝓportio multiplex a latere ipsius denominata. Cuiuslibet autem cubi ad suū latus est proportio duplicata ad ꝓportionem quadrati illius lateris ad illud latus. ¶ Ex hac cōstat q̄ inter quemlibet quadratum maiorem vnitate ꝛ ipsam vnitatē latus illius est mediꝰ ꝓportionalis geometrice ꝛ inter quēlibet cubū maiorem vnitate ꝛ eius latus quadratū illiꝰ

lateris est medius ꝓportionalis geometrice. Et inter quēlibet cubum ⁊ vnitatē latus cubi ⁊ eius quadratū sūt duo ꝓportionales mediū geometrice. ¶ 9. Si triū numeroꝝ ordinatim ɔtinuo proportionaliū ꝑmus fuerit quadrat⁹ tertius erit quadrat⁹. Et si quattuor ordinatim ɔtinuo proportionaliū ꝑmus fuerit cub⁹ quartus erit cub⁹. ¶ Ex hac ɔstat ꝙ inter quadratū numerū ⁊ nō quadratū vnū mediū in ɔtinua ꝓportionalitate cadere est impossibile. Et ex ɔñti medietatem ꝓportionis repꝫe inter duos nūeros quoꝝ vn⁹ est quadratus ⁊ alius nō quadrat⁹ in nūeris repiri est impossibile. Et pari forma impossibile est inter cubū ⁊ nō cubū duos cadere medios in ɔtinua ꝓportionalitate scđm aliquā proportionē ⁊ nō plures scđm eādē. Et ex ɔñti ꝓportionis repꝫe inter cubū ⁊ nō cubum tertiaꝫ ꝑtē in nūeris reperire est īpossibile. ¶ 10. Si quadrati ad aliquē nūeꝝ fuerit ea ꝓportio q̄ quadrati ad quadratum ille erit quadrat⁹. Et si cubi ad aliquē fuerit q̄ cubi ad cubum ille erit cub⁹. ¶ Ex hac ɔstat ꝙ si alicui⁹ nūeri ad nūerū quadratū fuerit ea ꝓportio q̄ quadrati ad quadratū ille est quadrat⁹. Et si alicui⁹ ad aliquē cubuꝫ fuerit q̄ cubi ad cubū ille erit cub⁹. ¶ 11. Si disponātur nūeri ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando tertiū ab vnitate quadratuꝫ atqꝫ vno intermisso tertiū semꝑ esse quadratū quartuꝫ vero ab vnitate cubum et duob⁹ intermissis quartū semꝑ esse cubū septimū aūt quadratū simul et cubū atqꝫ quinqꝫ intermissis septimū semꝑ quadratū simul ⁊ cubū esse necessariū est. ¶ 12. Si fuerint quotcūqꝫ nūeri ordinatim ɔtinuo ꝓportionales ab vnitate inchoando quoꝝ secūdus ab vnitate fuerit quadrat⁹ oēs erunt quadrati. Et si idē fuerit cub⁹ erunt ⁊ oēs cubi. Et si idem fuerit quadrat⁹ cubic⁹ q̄libet sequens erit quadrat⁹ cubicus. ¶ 13. Si duo nūeri fuerint quadrati similiter ⁊ cubi medi⁹ ꝓportionalis inter ipsos scđm ꝓportioneꝫ laterum ipsorum in eo ꝙ quadrati erit cub⁹ duorū autē medioꝝ ꝓportionaliū inter ipsos ſm ꝓportionē lateꝝ ipsorū in eo ꝙ cubi vterqꝫ erit quadratus. Alie multe propositiones possēt poni ɔcernentes ꝓprietates terminoꝝ qui diffiniti sūt sed q̄ nō multū ɔducunt ad propositū breuitatis cā illas ꝓ nūc relinquā. Si tñ velis eas videre recurre ad .6. elementoꝝ nr̄e arithmetices speculatiue. Ibi aūt eas repies demonstratas.

Numeroꝝ quidā est par ⁊ quidā ipar. ¶ 1. Numer⁹ par est qui ī duo equa diuidi potest. ¶ 2. Impar vero est q̄ nō potest ī duo eq̄ diuidi additqꝫ supra parem solā vnitatē. ¶ Parium numerorū quidā est pariter par alius parī impar ⁊ alius imparum par. ¶ 3. Numerus parī par est quē nullus impar ꝑter vnitatem nūerat. ¶ 4. Numerus pariter impar est quē aliquis par ꝑ imparē ꝑter vnitatē numerat sed null⁹ par ꝑ parē ipm numerat. ¶ 5. Nūerus aūt impariter par est quē aliquis par ꝑ parē numerat ⁊ aliquis par ꝑ imparem ꝑter vnitatē. ¶ Numeroꝝ q̄dam est ꝑfect⁹ alius est abundans ⁊ ali⁹ est diminut⁹. ¶ 6. Numer⁹ perfectus est q̄ ex oībus suis ꝑtibus aliquotis simul sūptis adequate resultat. ¶ 7. Numer⁹ abūdās est quē ɔpositus ex oībus suis ꝑtibus simul sūptis exuperat. ¶ 8. Numer⁹ diminut⁹ est q̄ est maior ɔposito ex oīb⁹ suis ꝑtibus aliquotis simul sūptis vel sua ꝑte aliq̄ta. ¶ Exemplum prime diffinitionis ptꝫ de hys nūeris. 2. 4. 6. 8. Exemplū scđe patꝫ de his. 3. 5. 7. Exemplū tertie de hys. 2. 4. 8. Exemplū quarte ptꝫ de hys 6. 10. 14. Exemplū quinte de hys. 12. 20. 24. Exemplū sexte ptꝫ de hys numeris. 6. 28. 196. Exemplū septime ptꝫ de hys numeris. 12. 24. 36. ⁊ de isto impari. 4 5 0 4 5. q̄d facile videbis si illū diuidas ꝑ istos nūeros. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 45. ⁊ q̄libet ali⁹ impar cui⁹ iste est pars aliquota est etiā abundās. Exēplū vltime patꝫ de hys. 2. 4. 8. Expositiones istarum diffinitionū faciles sūt. Et propt̄ hoc ⁊ quia etiam non principalit̄ spectat ad materiā ꝓportionū eas exponē sed in ipa ꝑsupponunt̄ ibi relicte sūt. Si tñ aliquid difficultatis circa aliquam eaꝝ tibi occurrat poteris hr̄e recursū ad .7. elemētoꝝ nr̄e arithmetices speculatiue ⁊ ex dictis illic poteris eas soluere. ¶ Nūc aūt ponā aliquas ꝓpōnes q̄ ɔcernunt ꝓprietates istoꝝ nūeroꝝ quas exemplarit̄ ⁊ inductiue poteris ꝑcipere ipsaruꝫ aūt demōstrationes si cupis videre recurre ad librum allegatū. Ibi eñ eas inuenies simulr̄ ⁊ aliaꝝ multarū q̄ ꝓprietates istorū ɔcernūt demōstrationes ibidē reperies q̄ ꝓpter breuitatē ibi relinquūtur. Prima igit̄ propositio sit ista.

Quēlibet numeꝝ parē binarius numerat ꝑ medietatē eius ⁊ ex ɔñti quilibet par ꝑter binarium est ɔpositus. Et quicūqꝫ pares sunt ɔmēsurabiles. ¶ 2. Quorūcumqꝫ duoꝝ numeroꝝ in sua ꝓportione minimoꝝ alter est impar vel vnitas ⁊ quorūcūqꝫ in ɔtinuatione suaꝝ ꝓportionū minimoꝝ alter ē ipar vel vnitas. ¶ 3. Si quotcūqꝫ nūeri pares sibi coaceruentur ɔpositus ꝓueniens erit par. ¶ 4. Si par nūerus ⁊ impar ɔiungātur ɔpositus erit impar. Et ex ɔñti si ex duob⁹ nūeris aliquis par adequate ɔponat̄ q̄libet illoꝝ est par aut q̄libet impar vel vnitas. ¶ 5. Si impar vel vnitas addat̄ impari vl̄ vnitati fiet par. Et ex ɔñti si ex duob⁹ numeris aliquis impar adequate resultet alter eoꝝ erit par ⁊ reliquus impar vel vnitas. Ex hys ptꝫ ꝙ quorūcūqꝫ duoꝝ nūerorū in serie ꝓximoꝝ alter est par ⁊ alter impar vel vnitas. Et ex ɔñti nō ɔtinget duos nūeros ꝑmos in serie repire quoꝝ quilibet sit ꝑmus nisi vn⁹ sit binarius ⁊ alter ternari⁹. Patꝫ vltra ꝙ quocūqꝫ impari in serie dato terti⁹ ab illo in serie añ vel post est impar vel vnitas. Et iteruꝫ tertius ab illo ⁊ ita deinceps. Et quocūqꝫ pari dato in serie terti⁹ post illū ⁊ etiā añ illū si fuerit est par ⁊ iterum tertius ab illo ⁊ ita deinceps. Patꝫ vltra ꝙ quilibet nūerus impar maior vnitate est adequate diuisibilis in duas ꝑtes sola vnitate distātes quarū minor est medietas proximi añ ipm in serie. ¶ 6. Quorūcumqꝫ duoꝝ numerorū inequaliū quoꝝ quilibet est impar vl̄ vnitas dr̄a est nūer⁹ par. Similiter ⁊ quorūcūqꝫ duorū ineq̄liū quoꝝ q̄libet est par dr̄a ē par. ¶ 7. Quorumcūqꝫ duoꝝ numeroꝝ inequaliuꝫ quoꝝ vn⁹ est par ⁊ alter impar vel vnitas dr̄a est ipar vel vnitas. ¶ 8. Si quotcūqꝫ nūeri quoruꝫ q̄libet est impar vel vnitas sumpti scđm numerū parē sibi coaceruentur ɔposit⁹ ex ipsis erit par. Et si sūpti ſm iparē coaceruētur cōpositus ꝓueniens erit impar. ¶ 9. Si a numero parī aufferatur par minor ipso remanebit par. Et si ab ipso aufferatur impar vel vnitas remanebit impar vel vnitas. ¶ 10. Si ab impari aufferat̄ impar minor vel vnitas relinquet̄ par. Et si ex ipō detrahat̄ par relinquetur impar aut vnitas. ¶ 11. Si par nūerus in aliquem ducatur aut aliq̄s in parē ducatur ɔtinuo fiet par. Ex hac ɔstat ꝙ nullus numerans imparē est par ⁊ q̄libet nūeratus a pari est par. Et ex ɔñti cuiuslibꝫ nūeri paris quadrat⁹ est par simulr̄ ⁊ cubus. ¶ 12. Si impar in imparē ducat̄ fiet ipar. Et ex ɔñti cuiuslibet iparis quadrat⁹ est ipar similr̄ ⁊ cub⁹. Et hys patꝫ ꝙ si ī par

imparē nūeret ſcdm̄ iparē ipſuꝫ nūerabit. Et ſi impar parē nūeret ſcdm̄ parē ipm̄ nūerabit. ¶ 13. Si nūerū parē impar nūeret dimidium quoqꝫ illiꝰ paris idē impar numerabit. Et ex ꝯſri. Si numerꝰ ipar ad aliquē fuerit ꝑmus idē ad duplum illiꝰ erit ꝑmus. ¶ 14. Si diſponātur nūeri ab vnitate ſcdm̄ naturalē ſeriem numerorum ⁊ oīm ipſorū dupli ordinatim ſumātur ꝓuenient oēs pares in ſerie reperti ⁊ ſolū tales eruntqꝫ illorū pariū eodē ordine ſumptoꝝ vt numerorū ab vnitate diſpoſitorū ꝯſimiles ꝓportiones. ¶ 15. Si numerorum ab vnitate diſpoſitorū ſicut in ſerie occurrunt q̄cumqꝫ duo ꝓximi ꝯiungātur quilibet ꝯpoſitus ex tali ꝯiunctione ꝓueniens ⁊ ſolū talis erit impar poſt vnitatem ipſorū impariū quicūqꝫ duo ꝓximi erunt ꝯtra ſe ꝑmi. ¶ 16. Si numeroꝝ ꝯtinuo ꝓportionaliū ab vnitate ſcḋs fuerit par reliqui oēs ſequētes ipſū erunt pares ⁊ ſi ille fuerit impar reliqui omnes erunt impares ¶ 17. Si diſpoſitis imparibꝰ ab vnitate ſicut in ſerie occurrūt ꝑmus ꝯiungaꝛ vnitati fiet ꝑmus quadratus poſt vnitatē. Et ſi ſcḋs illis addaꝛ fiet ſcḋs poſt vnitatem ⁊ ita deinceps. Ex hac ꝯſtat ꝙ ꝑmi quadrati poſt vnitatē ad ipſam vnitatē ꝑmum quadratū dr̄a eſt primus impar poſt vnitatē vt puta ternarius ⁊ dr̄a ꝓximi poſt illum ad illū eſt ſcḋs impar poſt vnitatē vt puta quinarius ⁊ ita deinceps. ¶ 18. Si diſpoſitis paribus ſicut in ſerie occurrūt ꝑmi duo coaceruentur fiet ꝑmus altera ꝑte longior poſt binariuꝫ. Et ſi tres ꝑmi coaceruētur fiet ſcḋs altera ꝑte longior poſt binariū Et ita deinceps. ¶ 19. Quocūqꝫ nūero dato ⁊ relictis tot imparibꝰ ꝯſr̄ ab vnitate inchoādo quot ſūt vnitates in oībus p̄cedētibꝰ ipm̄ ſi coaceruētur poſt illos relictos tot impares ꝓximi ꝯſr̄ quot ſunt vnitates in ipſo ꝯpoſitis ex illis erit cubꝰ ipſius. Ex hac ꝯſtat ꝙ ſi duo ꝑmi impares ſequētes vnitatē ꝯiūgātur fiet cubus binarij ⁊ ſi illis relictis trea alij ꝓximi ſequentes ꝯiungātur fiet cubꝰ ternarij ⁊ ſi poſt illos oēs .4. proximi ſequētes coaceruentur fiet cubꝰ quaternarij. Et ita deinceps. ¶ 20. Si diſponanꝛ nūeri ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales ſcdm̄ duplā ꝓportionē ab vnitate inchoando q̄libet poſt vnitatē erit pariter par. Et non ꝯtinget aliū pariter parē ab illis reperire. Ex hac conſtat ꝙ cuiuſlibet pariter paris poſt binariū medietas eſt par ⁊ ex ꝯſri q̄libet talis eſt diuiſibilis in duo equa ⁊ iterum quodlibꝫ illoꝝ in duo equa donec ad vnitatē deueniatur. ¶ 21. Si pariť par in pariť parē ducatur fiet pariť par. ¶ 22. Si quotcūqꝫ pariť pares ab vnitate nullo relicto inter maximū eoꝝ ⁊ vnitateꝫ cū ipſa vnitate coaceruētur ꝓueniet numerus maior vnitate ꝓximo pariter pari poſt maximum coaceruatorum. ¶ 23. Omnis nūerus cuiꝰ medietas eſt impar maior vnitate eſt pariť impar ⁊ cuiuſlibꝫ pariť imparis medietas eſt impar maior vnitate. ¶ 24. Si nūerus impar in pariť imparē ducaꝛ fiet pariť impar. ¶ 25. Numeris paribꝰ ab vnitate diſpoſitis tertiꝰ a primo atqꝫ ab illo tertiꝰ ⁊ ita deinceps ſūt pariť impares nullusqꝫ alius pariter impar dari poteſt. ¶ 26. Si diſponātur pariter impares ordinatim ſicut in ſerie occurrūt ꝓximorum dr̄e ꝯtinuo ſūt equales. ¶ 27. Numerū pariter imparē quadratum aut cubum eſſe eſt impoſſibile. ¶ 28. Oīs nūerus par qui nō eſt de nūero duplorum ab vnitate aut qui nō ē pariť par cuiꝰ medietas eſt par eſt impariť par ⁊ cuiuſlibet impariť paris medietas ē par. Ex his ꝯſtat ꝙ oīs numerus cuius medietas eſt par eſt pariter par aut ipariter par. ¶ 29. Si nūerꝰ par in pariter imparē aut impariť parem ducatur aut econuerſo fiet impariť par. ¶ 30. Oīs impariť par fit ex ductu pariter paris ⁊ pariť iparis vniꝰ in alterum ſimiliter ⁊ ex ductu duoꝝ nūerorū vniꝰ in alteꝝ quorū vnꝰ eſt impar maior vnitate ⁊ reliquus pariter par. Ex his ꝯſtat ꝙ quilibet impariť par diuiſibilis eſt in duo equa quoꝝ quodlibet pōt in duo equa diuidi non tñ in tali diuiſione vſqꝫ ad vnitatem poterit deueniri. ¶ 31. Quilibꝫ numerꝰ nūeratꝰ ab impariť pari eſt impariter par. ¶ 32. Si numerꝰ maior vnitate q̄ nō eſt pariť par ducaꝛ in pariť parē maiorem binario fiet impariť par ⁊ ſi in binariū fiet pariť impar aut impariť par. ¶ 33. Omnis numerꝰ par eſt pariť par aut pariť impar aut ī pariter par. Et nūeruꝫ aliquē pariť parē eſſe impariť parem aut pariť imparē eſt impoſſibile. Similiť ⁊ aliquem pariť imparē eſſe impariť parem eſt impoſſibile ¶ 34. Omnis nūerus primꝰ eſt diminutꝰ. ¶ 35. Oīs numerꝰ pariť par eſt diminutꝰ. ¶ 36. Si nūerus abūdans aut ꝑfectus aliquē eo maiorē nūeret ille nūeratꝰ erit abundās. Ex hac ꝯſtat ꝙ quilibꝫ nūerꝰ numerās ꝑfectum aut diminutum maiorem ipſo eſt diminutus. ¶ 37. Si numerꝰ maior vnitate in aliū ductus ꝑfectum aut abundātē ꝓduxerit idē in quēlibet multiplicē illius multiplicātis ductus abundantē ꝓducet. ¶ 38 Si quotcūqꝫ pariť pares ꝯſr̄ ſumpti ab vnitate nullo inter eoꝝ maximum ⁊ vnitatē relicto cōiuncti vnitati numeꝝ ꝑmum fecerint maximꝰ illorum ductus in illuꝫ primum perfectum numerum producet.

¶ Finis quinti capituli.

¶ Capitulum ſextum.

SEcundū partē aliquotaꝫ aliquid multiplicare eſt totā illius ſumere ꝑtē aliquotā q̄ta eſt illa ſcdm̄ quā multiplicatur. ¶ 2. Secundū aūt aliquot ꝑtes aliquotas aliquid multiplicare eſt tot ⁊ totas ipſius ſumere ꝑtes aliquotas quot ⁊ quote ſūt ille ꝑ quas multiplicatur. ¶ 3. Ex quacūqꝫ multiplicatione alicuius ꝑ aliquod illud ꝓducitur quod ita ſe hꝫ ad multiplicatū ſicut multiplicatus ad vnū. ¶ 4. Dicitur aūt aliquid diuidi ꝑ aliquod cū illud ꝓuenit ex cuiꝰ multiplicatione ꝑ illud quod pro diuiſore ſumiꝛ illud diuiſū ꝓduciꝛ ¶ 5. Similes ⁊ equales fractiones dicunꝛ quaꝝ ad illa reſpectu quorum ſunt tales fractiones ꝓportiones ſunt ſimiles ⁊ equales. ¶ 6. Diſſimiles aūt ⁊ inequales fractiones ſunt quaꝝ ad illa reſpectu quoꝝ dicūꝛ tales fractiones ꝓportiones ſunt inequales ⁊ illaꝝ illa eſt maior cuius ad illud reſpectu cuiꝰ dr̄ talis fractio eſt maior ꝓportio q̄ꝫ alterius ad illud reſpectu cuius dicitur talis fractio.

Pro intellectione iſtaruꝫ diffinitionum

aliqua ſunt ſupponēda. Inꝑmis eñ̄ ſupponēdum eſt ꝙ in ꝓpoſito nō eſt ſermo de fractionibꝰ phiſicis ſed ſolū eſt ſermo de fractionibus vulgaribꝰ vnde fractio de qua eſt ſermo in ꝓpoſito nō aliud eſt q̄ꝫ ꝑs aliquota alicuꝰ vel ꝑtes aliquote ſimiles alicuius medietas eñ̄ alicuꝰ dr̄ fractio ⁊ q̄libet ꝑs aliquota alicꝰ ſimiliť dr̄ fractio ⁊ due tertie alicuius ymo ⁊ quattuor tertie q̄ valent vnū integrū ⁊ vnā tertiaꝫ vltra ⁊ tres tertie etiā q̄ valent vnū integrū ſimiliť ⁊ ſex tertie que valent duo integra ⁊ ita deinceps et propterea aliqua fractio eſt minor illo ꝑ reſpectum ad qḋ dr̄ talis fractiō ⁊ aliqua eſt eq̄lis illi ⁊ aliqua maior qñ tñ ſit minor ⁊ qñ equalis ⁊ qñ maior apparebit rõ ad hoc cognoſcendū ex dicendis. Et ex hoc apparet ꝙ ſicut nullius pōt dari minima fractio ita nec alicuꝰ poterit dari maxima fractio minor ipo. Et ſi petas an cōpoſitū ex integro vel integris cū ꝑte aliquota vel ꝑtibus aliquotis

dicatur fractio quēadmodū si dixero vnum cū vna ter
tia duo cum duab⁹ quintis ⁊ ita deinceps hui⁹ solutio
ad nomē ꝯsistit q̄cquid tamē sit in sequētibus tale cō-
positum vocabit̄ ꝯpositum ex integro vel integris cū
fractione vel fractionibus. ¶ Est vltra aduertendū
ꝙ cuilibet fractioni corrīdēt duo numeri saltē sub nūe
ro vnitatē ꝯprehendēdo quorū vnus dr̄ numerator et
alius denominator est enī nūerator fractionis nūer⁹
ꝑtis aliquote que est talis fractio vel ꝑtium aliquota-
rum que sunt talis fractio. Denominator aūt est nūer⁹
denominans ꝑtē aliquotā q̄ est talis fractio vel quālī
bet illarū q̄ sunt talis fractio. Si enī sumat̄ vna tertia
nūerator illius est vnitas ⁊ denominator ternari⁹ et si
sumātur tres quarte nūerator illius est ternari⁹ ⁊ de-
nominator quaternarius. Ex quo pat; ꝙ licet vnitas
possit esse numerator alicui⁹ fractionis nō tn̄ potest eē
denominator alicuius ex quo nulla ꝑs aliquota pōt ab
vnitate denominari. ¶ Est vltra aduertendū ꝙ aliqn̄
fractio sumit̄ sine addito vt cū dicit̄ vna tertia similit̄
due tertie vbi nō exprimitur aliq̄d in ordine ad qd̄ dica
tur talis fractio ⁊ tunc esto ꝙ nō expresse ponatur illd̄
solent huiusmodi fractiones ferri ad vnū integrū; ita
ꝙ cum est sermo de vna tertia sic sine addito est sermo
de tertia vnius integri similit̄ cū est sermo de duabus
tertijs aliqn̄ aūt fractio sumit̄ cū aliquo quod denotat
illud in ordine ad quod dr̄ talis fractio ⁊ interdū illud
est integrum vel integra ⁊ interdū est fractio ⁊ iterdū
ꝯpositum ex fractione ⁊ integro. Exemplū primi pat;
si dixero due tertie trium. Exemplū scdi apparet si di
xero vna tertia vni⁹ quarte. Exemplū tertij pat; vt si
dixero vna tertia trium quartaꝝ ⁊ duoꝝ. ¶ Est vltra
aduertendū ꝙ qn̄ in hijs materijs fit sermo de integro
vel integris imaginant̄ integra ita ac si oīa essēt equa-
lia. Preterea est aduertendū ꝙ cum fractio aliqua su-
matur in recto ⁊ alia fractio sumitur cum ea i obliquo
aut plures fractiones aut integrū vel integra aut cō-
positum ex aliquib⁹ istoꝝ quod sumit̄ in obliquo deno-
tatur multiplicari ꝑ fractionem q̄ sumit̄ in recto sicut
si dixero vna tertia vni⁹ quarte ibi vna quarta denota-
tur multiplicari ꝑ vnam tertiam ⁊ si dixero vna tertia
vni⁹ integri integrū denotat̄ multiplicari ꝑ vnam ter-
tiam ⁊ ita in alijs. His suppositis prīe due diffinitio-
nes sunt manifeste.

¶ Circa tertiā diffinitionē aduerte ꝙ illa sic intelligē
da est ꝙ ex quacūq; multiplicatione alicui⁹ ꝑ aliquod
illd̄ ꝓducit̄ qd̄ i eadē ꝓportiōe se h; ad multiplicatū si
cut multiplicās ad vnitatē si fuerit nūer⁹ ⁊ si fuerit frac
tio sicut fractio sīlis illi multiplicāti ꝯpta ad vnū inte
grū se h; in ordine ad illud integrū ⁊ si fuerit integrū
vel integra vel ꝯpositum ex integro vel integris cum
fractione vel fractionibus sicut multiplicās ad vnum
integrū quare esto ꝙ discrimen sit int̄ multiplicationē
alicuius ꝑ numeꝝ ⁊ inter multiplicationē alicuius per
fractionē aut ꝑ ꝯpositum ex integro vel integris cum
fractione vel fractionib⁹ ꝓpter causas tactas tn̄ sicut
in multiplicatiōe alicuius ꝑ numeꝝ productū se h; ad
multiplicatū sicut nūerus ꝑ quē multiplicat̄ ad vnita-
tem ita etiā in multiplicatione de qua est sermo in pro-
posito ꝓductum debebit se h̄re ad multiplicatū; sicut
multiplicās ad vnū quēadmodū diffinitio intellecta vt
dictum est ꝓponit ⁊ exemplū illius apparet si enī vna
tertia ꝑ vnam quartā multiplicet̄ ꝓductum inde debe
bit se h̄re in ordine ad illā tertiā sicut vna quarta vni⁹
integri in ordine ad illud integrū quare ꝓductū ex ta-
li multiplicatione debebit esse subquadruplū ad illam
tertiam ⁊ ita si vna tertia multiplicet̄ ꝑ duas aut tres
quartas aut aliquot alias ꝑtes aliquotas ⁊ ꝯsimiliter
potest exēplificari de quacūq; alia multiplicatione ali-
cuius vel aliquorū ꝑ fractionem. Et ex hijs pōt appa-
rere solutio difficultatis q̄ posset ibi fieri vtrū; vez qn̄
aliquid multiplicat̄ ꝑ fractionem vniuersalit̄ multipli-
cet̄ ꝑ fractionē relatam ad ip̄m vel ꝑ fractionē relatā
ad vnū integrum sicut si vna tertia ꝑ vnā quartā mul-
tiplicet̄ an ꝑ quartā vni⁹ tertie multiplicet̄ an ꝑ quar-
tam vnius integri hoc enī in idē; redit si bene respici-
atur intellectio diffinitionis. Et ex hijs posset h̄ri dif-
finitio vna ꝯmunis ꝓ omnib⁹ multiplicationib⁹ tam de
q̄bus in ꝓposito fit mentio q̄ de illis de quib⁹ in p̄mo
capitulo facta est mētio vnde ꝓcedēdo de multiplica-
tione in ꝯmuni ꝓut se extēdit ad oēs illas aliquid mul
tiplicare est aliquid sumere qd̄ ita se habeat ad ipsum
sicut illud ꝑ quod multiplicat in ordine ad vnū ⁊ intel-
ligatur hoc ꝓportionabiliter sicut ista tertia diffinitio
ymmo illa tertia diffinitio sic exposita ad omnem mul-
tiplicationem se extendit.

¶ Circa quartā diffinitionē est aduertendū ꝙ nō ead̄
rōne aliquid dr̄ diuidi loquendo sicut in ꝓposito ⁊ lo-
quendo de diuisione sicut i p̄mo capitulo loquti fuim⁹.
multiplex enī est discrimē loquēdo enī de diuisione vt
in p̄mo capitulo si aliquid diuidat̄ ꝑ aliquid diuisor de
bet esse minor diuiso vel illi equalis nō aūt sic est in ꝓ
posito qr vna duodecima pōt diuidi ꝑ vnā tertiā; ex q̄
ꝓducit̄ ex multiplicatione vnius quarte ꝑ vnā tertiā;
sicut apparebit ⁊ etiam loquēdo de diuisiōe illo modo
quod ꝓuenit ex diuisione nūq; est maius diuiso oppo-
situm aūt ꝯtingit loquēdo sicut in ꝓposito. Est tn̄ ꝯue
nientia quo ad hoc saltē si loquamur de diuisione stric-
te sicut in principio qr vtrobiq; ex multiplicatione illi⁹
quod ꝓuenit ex diuisione ꝑ diuisorem producit̄ diuisū
⁊ ꝓpterea pōt dici ꝙ illa quarta diffinitio se extendit
tam ad diuisionē stricte sumptā de qua facta est mētio
in p̄mo cp̄lo q̄ etiā ad diuisionē de q̄ in ꝓposito fiēd⁹
est sermo hoc supposito diffinitio illa est clara ⁊ exem
plū eius apparet si enī vis diuidere vnā duodecimam
vni⁹ ꝑ vnā tertiā; eiusdē qr vna quarta illius multipli
cata ꝑ vnam tertiā ꝓducit vnā duodecimam illius si-
cut apparebit sume vnā quartā illius ⁊ facies qd̄ ꝑtē
dis. Et ita in alijs pōt exēplificari. Unū tn̄ est ibi sup
ponendū ꝙ ꝓcedendo de diuisione eo modo quo in pri
mo capitulo nō quilibet numer⁹ altero maior ꝑ illū di-
uidi potest nisi ad fractiones habeat̄ recurs⁹ ita loquē
do vt in ꝓposito non quelib; fractio ꝑ alteram potest
immediate diuidi nisi habeat̄ recursus ad aliā fractio
nem sicut inferius tanget̄ qn̄ tn̄ fractio ꝑ fractionem
diuidi possit sine recursu ad alias fractiones ⁊ qn̄ non
ex dicendis apparebit rr̄a ad hoc cognoscendum.

¶ Circa quintā ⁊ sextam diffinitiones aduerte ꝙ re-
fert dicere iste fractiones sūt equales fractiones aut
similes ⁊ dicere iste fractiones sunt aliqua equalia vn̄
vna tertia vni⁹ integri ⁊ vna tertia vnius quarte illius
sunt equales ⁊ similes fractiones non tn̄ sunt equalia
ymo potest stare ꝙ aliqua fractio sit maior fractio q̄
sit aliqua alia certa ⁊ illa sit minor q̄titas q̄ alia vbi
tn̄ ad idē referunt̄ alique due fractiones nō staret illd̄
qr tunc si tales sint equales fractiones sūt etiā equa-
lia ⁊ si sint inequales fractiones sūt simplicit̄ inequa-
lia. Est vltra aduertēdū ꝙ pōt bn̄ stare ꝙ aliqua frac-
tio ad vnū relata sit maior q̄ alia certā ad aliquod cer
tum relata ⁊ tn̄ ip̄a ad aliud relata sit minor fractio q̄
alia qr medietas vni⁹ tertie hui⁹ integri est maior frac
tio q̄ quarta hui⁹ integri ferēdo illā medietatē ad illā
tertiā tn̄ ferendo illā ad illd̄ integrū esset minor fractio

quia esset vna sexta illius. His suppositis ille due diffinitiones sunt manifeste.

Sed ꝓ practica istoꝝ habenda tria principalia succincte declarabo. Primo qualiter debeat in his fieri multiplicatio. Scḋo qualiť debeat fieri diuisio. Tertio qualiť debeat fieri reductio diuersarum fractionū ad vnā fractionē similiť ⁊ integri vel integrorum cum fractione vel fractionibus ad vnam fractionem.

¶ Pro primi igiť expeditione est supponendū ꝙ fractio pōt multiplicari ꝑ integrū ⁊ ꝑ itegra ⁊ ꝑ fractionē. Et potest etiā multiplicari ꝑ ꝯpositū ex integro vel integris cum fractione vel fractionibus ⁊ multiplicare fractionē ꝑ vnum integrum nō aliud est ꝙ̄ ipsā multiplicare ꝑ vnitatem ⁊ multiplicare ipam ꝑ integra non aliud est ꝙ̄ multiplicare ipam ꝑ numeꝝ illorū integrorum ꝓpterea de multiplicatione fractionis ꝑ integrū vel integra nō opꝫ ampliorē facere mētionē qꝛ ex his q̄ dicta sūt in pmo cplo apparet talis mod⁹ multiplicādi ꝙ tñ hec sint vera iatis ꝯstat ex tertia diffinitiōe qꝛ ꝑ eius expositionez si fractio aliqua multiplicetur per vnū integrum ꝓueniet ipamet quēadmoduz si fractio aliqua multipliceť ꝑ vnitatem ipamet ꝓducitur ⁊ per expositionē eiusdē diffinitionis si fractio aliqua multiplicetur ꝑ aliquot integra ꝓducetur aliquid qḋ se habebit in ordine ad illa fractionē sicut illa integra in ordine ad vnū integrū cum igiť illa integra se habeāt ad vnū inegrum sicut numer⁹ ipoꝝ ad vnitatez seqtur ꝙ ꝓductuz ex tali multiplicatione se habebit ad illā fractionem multiplicatam sicut numer⁹ illoꝝ integrorū ad vnitatem cum igiť ꝓductum ex multiplicatione illius ꝑ talem numeꝝ etiam illo modo se debeat hr̄e in ordie ad illā fractionē multiplicatā equalia ꝓduceńť ex talibus multiplicationib⁹. Et sicut fractio pōt multiplicari ꝑ integrū aut itegra ita etiā integrū pōt multiplicari ꝑ fractionem similiter ⁊ integra possūt ꝑ fractionez multiplicari ⁊ qꝛ sicut ex ꝯclusi pmibus ponēdis idē ꝓducitur ex multiplicatione integri vel integrorum per fractionē ⁊ ex multiplicatione talis fractionis ꝑ illud integrum vel illa integra ꝓpterea facile apparebit talis mod⁹ multiplicandi sufficit ergo ꝓ oim istorū practica facere mētionē de multiplicatione fractionis per fractionē ⁊ de multiplicatione fractionis ꝑ cōpositum ex integro vel integris cuz fractione vel fractionib⁹ ⁊ ediuerso de multiplicatione talis ꝯpositi ꝑ fractionez ⁊ ꝓ illo aduerte ꝙ qn̄ sumuntur due fractiones vna in recto ⁊ altera in obliquo vt ibi vna tertia vni⁹ quarte similiter ⁊ ibi due tertie triū quartaꝝ illa que sumitur i obliq̄ denotať esse mlͭiplicata ⁊ q̄ i recto mlͭiplicās.

¶ Tunc sit hec rͣa. Si fractio aliqua occurrat multiplicanda ꝑ aliquā fractionem multiplica numeratorem illius ꝑ numeratorē multiplicantis ⁊ denominatorem ꝑ denominatorē ⁊ cape fractionē cui⁹ nūerator sit ꝓductus ex numeratore in numeratorez ⁊ denoiator ex denominatore in denoiatorem ⁊ illa erit fractio q̄ ex tali multiplicatione ꝓueniet. Et ex illa rͣa patꝫ pmo ꝙ si fractio cuius nūerator est vnitas multipliceť ꝑ fractionez cuius numerator est vnitas ꝓueniet fractio cuius nūerator est vnitas et denominator ꝓductus ex denoiatore in denominatorē quare si vna tertia ꝑ vnam quartā multipliceť ꝓueniet vna duodecima. Patꝫ scḋo ꝙ si aliqua fractio debeat multiplicari ꝑ aliquā ⁊ numerator vni⁹ illarū sit vnitas ⁊ nūerator alteri⁹ maior vnitate ꝓueniet fractio cuius nūerator erit ille nūer⁹ maior vnitate qui est numerator vni⁹ illaꝝ ⁊ denominator erit ꝓductus ex denoiatore in denominatorē ⁊ ꝓpterea si vna tertia ꝑ tres quintas debeat multiplicari prouenient tres decime quinte ⁊ si tres tertie ꝑ vnā quartā debeat multiplicari prouenient tres duodecime ⁊ ita in alijs. Patꝫ tertio ꝙ si aliqua fractio debeat ꝑ aliquam multiplicari ⁊ vtriusqꝫ illaꝝ nūerator sit maior vnitate proueniet fractio cui⁹ numerator erit maior numeratore cuiuslibet illarum ⁊ denoiator erit productus ex denominatore in denominatorē qꝛ si due tertie ꝑ quattuor quintas debeant multiplicari ꝓuenient octo quintedecime. Patꝫ quarto ꝙ vniuersaliť ex multiplicatione fractionis ꝑ fractionem prouenit fractio cui⁹ denominator est maior denoiatore cuiuscūqꝫ illarū qꝛ vtriusqꝫ denoiator debet esse maior vnitate. Patꝫ finaliť ex ista rͣa cum adiutorio. 11. pmi capituli ꝙ vniuersaliter eadē fractio ꝓducetur ex multiplicatiōe cuiuscūqꝫ ꝑ aliam sicut ex multiplicatione alterius ꝑ ipsam.

¶ Et quia quēadmodum tres nūeri vel plures interdum ꝑ se multiplicātur ad sēsum tactum in explanationib⁹ diffinitionū. 5. elemētoꝝ nr̄e arithmetice sicut qn̄ dicimus ter quater quinies pari forma ter quater qn̄ies sexies ita possunt interdum plures fractiones q̄ due occurrere ꝑ se multiplicande ad proportionabilez sensum ⁊ hoc ꝯtingit qn̄ vna sumitur i recto ⁊ alie oēs in obliquo vt ibi vna tertia vni⁹ quarte vni⁹ quinte similiť ⁊ ibi due tertie trium quartarū quattuor quītarū quinqꝫ sextarū ⁊ tunc denotať ꝙ pma q̄ sumiť in obliquo multiplicetur ꝑ illā q̄ sumitur in recto ⁊ scḋa que sumitur in obliquo ꝑ productā ex illis ⁊ alia ꝑ inde productum ⁊ ita deinceps.

¶ Tunc sit hec rͣa si plures fractiones sic occurrant ꝑ se multiplicande multiplica pmo numeratorē prime capte in obliquo ꝑ numeratorē illius que capitur i recto ⁊ postea numeratorē secunde capte in obliquo ꝑ inde productū ⁊ ita deinceps vsqꝫ ad vltimā ⁊ multiplica ꝓportionabiliter denoiatores ⁊ cape fractionez cuius numerator sit vltimo product⁹ ex multiplicationib⁹ taliū nūeratorū ⁊ denoiator ex multiplicatiōib⁹ talium denoiatorū ⁊ illa erit fractio ex tali multiplicatione proueniens. Exemplū patꝫ si vna tertia ⁊ vna quarta ⁊ vna quinta occurrant sic multiplicande proueniet vna sexagesima ⁊ si due tertie ⁊ tres quarte ⁊ quattuor quinte prouenient viginti quattuor sexagesime ⁊ ita in alijs. Ex ista rͣa cum adiutorio. 24. pmi capituli euidenter ꝯstat ꝙ si ꝓponantur plures fractiones duab⁹ sic multiplicande ⁊ vna capiať in recto ⁊ alie omnes i obliquo idez ex tali multiplicatione proueniet ac si ille eedē quocumqꝫ alio ordine deberēt multiplicari ita ꝙ q̄cūqꝫ alia caperetur in recto ⁊ quecūqꝫ alia ꝓ vltima. Patꝫ vltra ꝙ si quotcūqꝫ fractiones proponātur ꝑ se ipsos multiplicāde nulla sūpta in obliquo sicut si peteres ꝙ multiplicē vnā tertiā ⁊ vnā quartā ⁊ vnā quintam ⁊ ita in quibuscūqꝫ plurib⁹ ⁊ q̄cumqꝫ illarū multiplicetur ꝑ aliam ⁊ alia ab illis ꝑ productam ⁊ ita deinceps vsqꝫ ad vltimam idē produceť ac si quecūqꝫ alio ordie multiplicētur ⁊ propterea qualitercūqꝫ ꝓcedas vltimo productum poterit assignari pro vltimo ꝓducto ex talibus multiplicationibus.

¶ Et quia interdū fractio aliqua occurrit multiplicāda ꝑ diuersas fractiones sicut si dixero vna tertia ⁊ vna quarta vni⁹ quinte ⁊ interdū ediuerso ⁊ interdum occurrit multiplicanda ꝑ cōpositum ex integro vel integris cū fractione vel fractiōibus opꝫ videre qualiter in talibus ꝓcedendū sit ⁊ qꝛ duob⁹ modis potest procēdi ponam pro illo duas regulas.

¶ Prima. Si fractio aliqua occurrat multiplicāda ꝑ

diuersas fractiones aut ꝑ ꝯpositum ex integro vel integris cum fractiōe aut fractionib⁹ multiplica fractionē illā ꝑ quodlibꝫ illoꝝ seorsum ꝑ que occurrit multiplicanda ⁊ ꝯpositum ex oībus inde ꝓductis erit qđ ex tali multiplicatione ꝓueniet ⁊ silr̃ si diuerse fractiōes occurrant ꝑ vnaꝫ multiplicande aut ꝯpositum ex integro vel integris cū fractione vel fractionib⁹ multiplica q̄libet illoꝝ seorsū q̄ occurrunt multiplicanda ꝑ illam fractionē ⁊ ꝯpositum ex oībus inde ꝓductis erit quod ex tali multiplicatione prouenient. Et si quotcūq̄ diuersa ꝑ quotcūq̄ diuersa occurrant multiplicanda multiplica quodlibꝫ multiplicādoꝝ seorsū ꝑ quodlibꝫ multiplicātiū ⁊ ꝯpositū ex oībus inde ꝓductis erit qđ ex tali multiplicatione ꝓueniet. Exempla istoꝝ oīm facile possunt haberi ex precedentibus.

¶ Scđa regula. Si fractio aliqua occurrat multiplicanda ꝑ diuersas fractiones aut ꝑ ꝯpositū ex integro vel integris cum fractione vel fractionibus reduc illa oīa ꝑ que occurrit multiplicanda ad vnā fractionē secundū regulas inferius ponēdas ꝑ quā multiplica illā q̄ occurrit multiplicanda ⁊ productū inde erit quod ex tali multiplicatiōe prouenient. Et silr̃ si diuerse fractiones ꝑ vnā occurrant multiplicāde aut ꝯpositū ex integro vel integris cum fractione vel fractionib⁹ occurrat multiplicandū ꝑ vnā fractionem reduc cōpositum ex illis q̄ occurrunt multiplicāda ad vnā fractionē quā multiplica ꝑ illā ꝑ quam tale ꝯpositum occurrit multiplicādū ⁊ productū inde erit quod ex tali multiplicatione ꝓueniet ⁊ pari forma si ꝯpositum ex quotcumq̄ ꝑ ꝯpositū ex quotcūq̄ occurrat multiplicādū reduc ꝯpositum multiplicandū ad vnā fractionē similiter ⁊ ꝯpositum ꝑ quod debet multiplicari ⁊ multiplica vnam illarū fractionum per aliam ⁊ inde productū erit quod est tali multiplicatione prouenient.

Super est iam oñdere practicaꝫ

diuisionis de qua in ꝓposito fit mentio pro quo imprimis supponenda est vna rl̃a q̄ est hec. ¶ Quibuscūq̄ duab⁹ fractionib⁹ ꝓpositis quālibꝫ earum ꝯtingit ad aliquā fractionem reducere cui⁹ nūerator a nūeratore alterius ⁊ denoīator a denoīatore alterius nūerabit̃ ⁊ hoc fiet inuēto nūero quē nūerent numeratores illarū similiter ⁊ denoīatores ducendo illum in numeratorē illius quā vis reducere similiter ⁊ in denoīatoreꝫ quo facto capiat̃ fractio cui⁹ nūerator sit ꝓductus ex illo in numeratorē illi⁹ ⁊ denominator ex illo in denominatorem ⁊ illa erit fractio ad quā taliter reducetur sicut si tres q̄rtas reducere velis ad vnā fractionē cui⁹ nūerator a nūeratore duaꝝ sextarū nūeretur ⁊ denoīator a denoīatore quia numer⁹ .12. numeratur a nūeratoribus ⁊ denoīatorib⁹ illaꝝ ⁊ ex .12. in .3. nūeratore illi⁹ fit .36. ⁊ ex .12. in .4. denoīatore illius fit .48. dico ꝙ 36. quadragesime octaue erūt fractio ad quā illa talit̃ reducetur q2 illa fractio est equalis illi prout ex cōclusionibus apparebit ⁊ ꝙ numerator illius a numeratore illi⁹ ⁊ denominator a denominatore numerentur nō est difficultas.

¶ Tunc sit hec p̄ma rl̃a. Si fuerint due fractiones ⁊ numerator vni⁹ illarū a nūeratore alteri⁹ ⁊ denoīator a denoīatore nūerentur illa poterit imediate ꝑ aliā diuidi sine recursu ad aliā fractionē ⁊ ad diuidendū illā ꝑ aliā diuide p̄mo nūeratorem illius ꝑ numeratorē alterius ⁊ postea denoīatorē ꝑ denoīatorē ⁊ cape fractionem cui⁹ nūerator sit numer⁹ ex p̄ma diuisione proueniens ⁊ denoīator ex alia ⁊ illa erit q̄ ex tali diuisiōe ꝓueniet vel si aliter vis cape fractioneꝫ cui⁹ nūerator sit ille numer⁹ ꝑ quē nūerator illius a nūeratore illius nūeratur ⁊ denoīator illi⁹ sit numer⁹ ꝑ quē denoīator illius diuidende a denoīatore alterius numerat̃ ⁊ illa erit fractio ex tali diuisione ꝓueniens. Exemplū patꝫ si duas duodecimas ꝑ vnā tertiā diuidere velis ꝓuenient due q̄rte ⁊ si ꝑ vnā quartā due tertie ⁊ ita in aliis.

¶ Scđa regula. Si alicui⁹ fractionis nūerator nō numeretur a numeratore alteri⁹ aut denoīator nō numeretur a denoīatore illa fractio non poterit immediate diuidi ꝑ aliam sine reductione illi⁹ ad aliā fractionem sed bñ poterit mediante reductione ⁊ hoc fiet reducēdo illā ad vnā fractionē cui⁹ nūerator a nūeratore alterius ⁊ denoīator a denoīatore nūerētur ⁊ illā diuidēdo ꝑ aliā. Exemplū patꝫ si tres quartas ꝑ duas sextas diuidere velis nō poterit fieri imediate sine reductione trium quartaꝝ ad vnā fractionē cui⁹ nūerator a numeratore duaꝝ sextarū ⁊ denoīator a denoiatore nūerent̃ reductis ergo trib⁹ quartis ad .36. quadragesimas octauas diuidātur ille ꝑ duas sextas ꝑ rl̃am precedentē ⁊ ꝓuenient .18. octaue ⁊ tūc dico ꝙ .18. octaue prouenīūt ex diuisione triū quartarū ꝑ duas sextas ⁊ ita in aliis. Et ex ista rl̃a apparet ꝙ integrum ⁊ integra ⁊ ꝯpositū ex integro aut integris cū fractione aut fractiōib⁹ poterit diuidi tā ꝑ fractionē q̄ꝫ ꝑ itegrū ⁊ ꝑ itegra ⁊ ꝑ ꝯpositū ex diuersis fractionib⁹ ⁊ ꝑ ꝯpositū ex integro vel integris cū fractione vel fractionib⁹ et ediuerso saltē mediāte ⁊ ad illud faciendū reduc p̄mo illud quod vis diuidere ad vnā fractionē similiter ⁊ diuisorem reduc ad vnā fractionē ⁊ diuide fractionē ad quā reductum est quod vis diuidere ꝑ fractionem ad quam reduxisti diuisorem iuxta istas duas regulas et habebis quod pretendis..

Super est iam ꝑ finali ꝯplemen

to oñdere qualiter q̄cūq̄ diuerse ꝑtes aliquote ad similes ⁊ equales ꝑtes aliquotas reduci debeant similiter ⁊ q̄cumq̄ diuerse fractiones ad vnā certā fractionem reduci debeāt silr̃ ⁊ ꝯpositum ex integro vel integris cū fractione vel fractionib⁹. Unde reducere aliquot diuersas ꝑtes aliquotas ad aliquot similes ⁊ eq̄les ꝑtes aliquotas nō aliud est q̄ꝫ datis talib⁹ ꝑtibus aliquotis oñdere ꝙ ꝑtes equales ⁊ ꝯsimilis denominationis ad vnū integrū relate in illis oīb⁹ reperiūtur ⁊ ex ꝯñti reducere diuersas fractiones ad eādē fractionē nō aliud erit q̄ꝫ datis talibus fractionib⁹ inuenire numerū ꝑtium aliquotarū ꝯsimiliū ad idem integrū relatarū qui adequate in illis reperiunt̃. Et reducere ꝯpositum ex integro vel integris cū fractione vel fractionibus ad vnā fractionē est inuenire numerū ꝑtium aliquotarū ⁊ similiū q̄ in illis adequate reperiūtur. Et ꝓ his imp̄mis est supponēdum ꝙ alique sunt fractiones q̄ nō dicūtur per respectū ad vnū integruꝫ sicut si dixero vna tertia vnius quarte ⁊ vna quarta vni⁹ quinte ⁊ interdū possūt occurrere diuerse fractiones reducende ad vnam quarū alique dnr̃ ꝑ respectuꝫ ad integrum ⁊ alie ꝑ respectum ad alias fractiones sed ꝓ talibus inferi⁹ tāgetur rl̃a nunc autem ponā regulas ꝑcedentes de partibus aliquotis ⁊ fractionibus quarū quelibet ad integrum refertur.

¶ Sit igitur hec prima regula. Si quotcūq̄ diuerse partes aliquote occurrāt reducēde ad aliquot similes ⁊ equales ꝑtes aliquotas ita ꝓcedēdum est capiātur denominatores illarū ⁊ inueniat̃ minimus numer⁹ nūeratus ab illis vel aliquis alius ab illis nūerat⁹ quicūq̄ fuerit ⁊ capiātur nūeri ꝑ quos illi nūerant illū ⁊ capiantur ꝑtes aliquote scđm numeꝝ cōpositum ex illis

denominate ab illo nũerato ad idez integrum relate ⁊ tunc dico ꝙ ad illas reducẽtur ille diuerse ptes aliquote. Exemplũ si vna tertia ⁊ vna quarta ⁊ vna quita debeat reduci ad aliquot similes ptes aliqtas ⁊ equales qr. 60. est nũerus numerat⁹ a denominatorib⁹ earũ et nũeratur p istos tres numeros scz. 20. 15. ⁊. 12. q coacervati faciũt numerũ. 47. dico ꝙ ille reducẽtur ad 47. sexagesimas quare in vna tertia ⁊ in vna quarta ⁊ in vna quinta alicuius erũt. 47. sexagesime eiusdẽ ⁊ pportionabilĩ in quotcũqȝ alijs plurib⁹ aut paucioribus pcedendum est. Hic tñ aduerte ꝙ si in tali pcessu capiaĩ minimus a nũeratus a denominatorib⁹ ptiuz reducendaꝝ ille reducẽtur ad maximas ptes aliqtas ad quas poterunt reduci si aũt caperetĩ alius nũerat⁹ ab illis ꝗ minimus nõ reducerentĩ ad maximas ppterea melius est sumere minimũ nũeratum ab illis.

¶ Scḋa regula si quotcũqȝ partes aliquote quarum alique sũt similes iter se ⁊ alique dissimiles occurrãt reducẽde ad aliquot similes ⁊ eq̃les ptes aliquotas ꝯsimiliter oino pcedendũ est sicut statiȝ dummodo pro qualibet eaꝝ sumatur su⁹ denominator semel ⁊ p quolibet denominatore sumatĩ vn⁹ nũerus p quẽ numerat minimum numeratũ ab illis denominatorib⁹ ⁊ esto ꝙ aliqui illoꝝ sint equales ille reducẽtur ad partes aliquotas denominatas ab illo mĩmo numerato sũptas scḋz ꝯpositum ex illis oibus p quos ab illis denominatoribus nũeratur. Exemplũ si em̃ due tertie ⁊ tres quarte occurrãt sic reducende erunt quinqȝ ptes aliquote quarum due a ternario denominatur. alie a quaternario capiãtur ergo quiqȝ denomiatores scz duo ternarij ⁊ tres quaternarij ⁊ capiatĩ minimus nũeratus ab illis qui est. 12. ⁊ capientĩ nũeri scḋm quos illũ nũerant p quolibȝ vnus erunt duo quaternarij ⁊ tres ternarij ex quib⁹ resultat. 17. Tunc dico ꝙ illa reducentur ad 17. duodecimas eiusdẽ q sũt maius integro p quinqȝ duodecimas quare in duab⁹ tertijs ⁊ trib⁹ quartis alicuius sunt. 17. duodecime ⁊ ꝯsimiliter in quibuscũqȝ alijs pcedatur. Ex hijs duab⁹ regulis apparet qualiter quecumqȝ fractiones dissimiles ad idem relate ad eandẽ reduci debeãt si em̃ q̃libet illarũ sit ps aliquota prima regula illud oñdit si aũt q̃libȝ illarũ fuerit ptes aliquote aut vna fuerit pars aliquota ⁊ alie ptes aliq̃te aut ediuerso qualitercũqȝ ꝯtingat ex scḋa regula illud apparet. Vnũ tñ est ibi supponẽdũ puta ꝙ si tales fractiones essent diuerse idẽ tñ esset oĩuno denoiator tunc nõ esset difficultas in tali reductiõe reducerẽtur em̃ ad fractionẽ cui⁹ denomiator esset idez ⁊ nũerator esset ꝯpositus ex numeratoribus illarum.

¶ Tertia regula. Si quotcũqȝ dissimiles ptes aliquote sint reducte ad aliquot similes ⁊ equales ptes aliq̃tas in qualibet earũ q reducũtur erunt tot ptes aliq̃te similes ⁊ equales de illis ad quas reducuntur quot sũt vnitates in nũero p quez denoiator illius numerat denominatorẽ illarum ad quas sũt reducte ⁊ si quotcũqȝ fractiones dissimiles sint reducte ad eandem in qualibet earum erunt tot ptes aliquote de illis q sunt illa fractio ad quã reducũtur quot sũt vnitates in composito ex tot nũeris equalib⁹ illi nũero p quez denominator illi⁹ numerat mimũ numeratũ a denomiatorib⁹ illarum. Exemplũ p̃me ptis patz reductis em̃ vna tertia ⁊ vna quarta ⁊ vna quinta ad sexagesimas in vna tertia erũt. 20. ⁊ in vna quarta. 15. ⁊ in vna quinta. 12 ⁊ ita in alijs. Exemplũ scḋe patz reductis em̃ duabus tertijs ⁊ trib⁹ quartis ad duodecimas i duab⁹ tertijs erũt octo duodecĩe ⁊ in trib⁹ quartis nouẽ ⁊ ita i alijs

¶ Sed p regulis sequẽtib⁹ supponẽdũ est ꝙ q̃libet itegrũ reducitĩ ad quãlibet fractionẽ ad itegrũ relatã cuius nũerator est equalis denominatori ipsius ⁊ ex ꝯsequenti quotcũqȝ integra reducũtur ad quãlibȝ fractionẽ ad integrũ relatã cuius nũeratoris ad denominatorem est ea pportio q nũeri illoꝝ integroꝝ ad vnitatẽ

¶ Quarta regula. Si ꝯpositũ ex itegro vel integris cũ aliqua fractione ad vnũ integruȝ relata debeat ad vnam fractionẽ reduci capiãtur p quolibȝ integro ptes aliquote sũpte scḋm denominatorẽ illi⁹ fractionis ⁊ denominator sit illemet ⁊ addãtur alteri fractioni et cõposita ex illis fractionib⁹ erit vna fractio ad quã reducetur tale ꝯpositum. Exemplũ ptȝ si vnũ integrum cũ vna tertia debeant ad vnam fractionem reduci reducẽtĩ ad quattuor tertias ⁊ si duo integra cũ vna tertia ad. 7. tertias ⁊ ita deinceps.

¶ Quinta regula si ꝯpositum ex integro vel integris cũ diuersis fractionib⁹ ad idez integrũ relatis debeat ad vnã fractionem reduci reducãtur p̃mo ille fractiones oẽs ad vnã ⁊ postea reducatur ꝯpositum ex illo integro vel illis integris cum illa fractiõe ad vnã fractionem ⁊ illa erit ad quã reducetur ꝯpositum ex illo integro vel illis integris. Exemplũ patz si em̃ vnũ integrũ cum vna tertia ⁊ vna quarta debeat ad vnum integrũ reduci qr vna tertia ⁊ vna quarta reducũtĩ ad septem duodecimas q̃bus additis duodeciȝ duodecimis fiunt. 19. duodecime ppterea cõpositũ ex vno integro ⁊ vna tertia ⁊ vna quarta reducetĩ ad. 19. duodecimas ⁊ ꝯpositum ex duob⁹ integris ⁊ vna tertia ⁊ vna quarta reducetur ad. 31. duodecimas ⁊ ita in alijs. ¶ Sed pro reductione diuersarũ fractionum quarũ aliqua refertur ad aliã fractionẽ aut ad plura integra ⁊ non ad itegrum aut ad vnã fractionẽ relatã ad itegrũ aliquid videndũ est. Est em̃ in p̃mis supponẽdum p illo ꝙ q̃libet fractio que refertĩ ad aliquã fractionẽ vel ad itegra potest reduci ad fractionẽ relatã ad integrũ. Preterea est supponẽdum ꝙ q̃uis aliqua fractio referatĩ ad aliam fractionem q nõ refertĩ ad integrũ vel itegra tñ quacũqȝ fractione data ⁊ illa ad aliquã fractionem relata si illa nõ referatĩ ad integrũ vel integra necessarium erit in talibus relationib⁹ ad vnaȝ deuenire q ad integrum vel integra referatĩ. Tunc sit hec regula.

¶ Si aliqua fractio feratur ad fractionẽ aliquam relatã ad integrum illa reducetĩ ad fractionẽ ad integrũ relatã q producitĩ ex multiplicatione vni⁹ illaꝝ p alteram. Et si fractio aliqua referatĩ ad fractionẽ relatam ad plura integra multiplicetĩ p̃mo fractio illa q refertĩ ad integra ⁊ pueniet fractio relata ad integrũ q multiplicetĩ p illaȝ reducendã ⁊ fractio inde prouenien s erit ad quã illa fractio relata ad illã fractionem q refertur ad integra reducetĩ. Et si fractio aliqua dicatur p respectũ ad aliquã fractionem que nõ dĩ p respectuȝ ad integrum vel integra sed p respectũ ad aliã fractionẽ pcedatur in illis fractionibus donec deueniatĩ ad illã q dĩ p respectum ad integrũ vel integra ⁊ si deueniatĩ ad aliquã q dĩ p respectũ ad itegra capiatĩ loco illius fractio q dĩ p respectum ad integrũ q pueniet ex multiplicatione illius p illa integra ⁊ fractio q pueniet ex multiplicatione illaꝝ oim p ipsas erit ad quã reducetĩ illa fractio pposita ⁊ si deueniatur ad fractionẽ relatam ad integrum illa pposita reducetĩ ad fractionẽ ad integrũ relatã q pueniet ex multiplicatione illaꝝ fractionum p seipsas et ppterea vna tertia vnius quarte vni⁹ integri reducitur ad vnã duodecimã vnius integri est em̃ illa vna duodecima vni⁹ integri ⁊ vna tertia vni⁹ quarte vnius quinte vni⁹ integri reducitĩ ad vnã sexagesimã vni⁹ integri ẽ em̃ illa vna sexagesima vni⁹

integri ⁊ ꝑ idem due tertie triū quartaruꝫ vni⁹ integri reducūtur ad .5. duodecimas eiuſdē ⁊ due tertie triuꝫ quartarū quatuor quintarū vni⁹ integri ad .24. sexagesimas eiuſdē ⁊ vna tria vni⁹ quarte duoꝝ integrorū ad duas duodecimas vnius integri ⁊ ita deinceps.
¶ Tunc ſit hec regula. Si ꝯpositum ex diuersis fractionib⁹ vel integro vel integris cū fractione vel fractionib⁹ quarū aliqua nō dr̄ ꝑ respectum ad integrū occurrat reducendū ad vnā fractionem ad integrū relatam reducat̄ ꝓmo q̄libet fractio illic inuēta q̄ non dr̄ ꝑ respectum ad integrū ad vnā fractionē relatam ad integrum ⁊ capiatur illa loco illi⁹ que nō dr̄ ꝑ respectuꝫ ad integrū ⁊ tunc fiat reductio iuxta regulas statī positas ⁊ habebis quod ꝑ̄tēdis. Exemplū ſi ꝯpositum ex duobus integris ⁊ ex vna tertia vni⁹ integri ⁊ ex vna quarta vnius quinte vni⁹ integri debeat ad vnā fractionem reduci reducā ꝓmo vnam quartaꝫ vni⁹ quinte vnius integri ad vnā fractionē relatā ad itegrum que ꝑ statim dicta erit vna viceſima vni⁹ integri quo facto reducā iuxta dicta ꝯpositum ex duobus integris ⁊ ex vna tertia vni⁹ integri ⁊ ex vna viceſima vnius integri ad vnā fractionem ad vnū integrū relatā ⁊ ad illā eandē reducetur ꝯpositum ex duob⁹ integris ⁊ ex vna tertia vnius integri ⁊ ex vna quarta vni⁹ quinte vni⁹ integri ⁊ ita deinceps. ¶ His ſuppoſitis ponā aliquas ꝓpositiones quarū demōstratiōes ſi velis videre recurre ad nonū nr̄e arithmetice ſpeculatiue ibi em̄ eas reꝑies ⁊ demōstrationes illarū regularū q̄ poſite ſunt. Prima igitur ſit iſta.

Cuiuſcūq; fractionis ad illud respectu cui⁹ dr̄ talis fractio eſt ea ꝓportio q̄ ſui numeratoris ad ſuū denominatorē illi⁹ aūt ꝑ respectū ad qd̄ dr̄ talis fractio data ē ea ꝓportio q̄ denoīatoꝝ illi⁹ ad ſuū nūeratorē ¶ Ex hac cū adiutorio ꝓme ſc̄di cp̄li pꝫ q̄ ſi alic⁹ fractionis ad aliqd̄ relate nūerator fuerit eq̄lis ſuo denoīatori illa erit eq̄lis illi respectu c⁹ dr̄ talis fractio ⁊ ſi ei⁹ nūerator fuerit maior denoīatore ſuo erit maior illo ⁊ ſi minor mīor. ¶ Patꝫ vltra q̄ ſi quotcūq; ſimiles ꝑtes aliquote eiuſdē ſumāt̄ ſc̄dm numeru nūerantē denoīatorē eaꝝ ⁊ minorē illo denoīatore ille oīes vnā ꝑtē aliquotā illius ꝯſtituūt. Et ſi ſumantur ſc̄dm nūeꝝ maiorē denoīatore illaꝝ nūerantiū ab illo denominatore ille ꝯſtituēt plura equalia illi. Et ſi ſc̄dm minorē denoīatore illaꝝ nō nūerantē denoīatorē ipſaruꝫ ille ꝯſtituunt vnā ꝑteꝫ nō aliquotā illi⁹. ¶ 2. Si duaꝝ fractionū nūeratoris vni⁹ ad ſuū denoīatorē fuerit ea ꝓportio q̄ nūeratoris alteri⁹ ad ſuū denoīatorē ille ſūt ſimiles ⁊ equales fractiones. Et ſi nūeratoris vni⁹ ad ſuū denoīatorē nō ſit q̄ nūeratoris alteri⁹ ad ſuū denominatorē ille ſūt diſſimiles ⁊ inequales. ¶ Et hac cōſtat q̄ ſi duaꝝ fractionū ad idē relataꝝ nūeratoꝝ vni⁹ ad ſuū denoīatorē fuerit ea ꝓportio q̄ nūeratoris alterius ad ſuū denoīatorem ille fractiones erunt equalis ſimpliciter. ¶ 3. Si duaꝝ fractionū nūeratoris vnius ad ſuū denominatorē fuerit maior ꝓportio q̄ȝ nūeratoris alterius ad ſuū denoīatorem erit illa fractio maior fractio q̄ȝ alia. Et ſi minor minor. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi duaꝝ fractionū ad idē relataꝝ nūeratoris vni⁹ ad ſuū denominatorē fuerit maior ꝓportio q̄ȝ nūeratoris alterius ad ſuū denoīatorē ſimplicit̄ illa erit mai⁹ altera ⁊ ſi ꝓportio illa fuerit minor erit ſimplicit̄ min⁹ alia. ¶ 4. Si duaꝝ fractionū ad idē relataꝝ nūeratores fuerint inequales ⁊ denoīatores equales erit cuiuſlibꝫ illarū ad alterā ea ꝓportio q̄ nūeratoris illi⁹ ad nūeratorem alterius. Et ſi eaꝝ nūeratores fuerint equales ⁊ denominatores inequales cuiuſlibet illaꝝ ad alterā erit ea ꝓportio q̄ denoīatoris alteri⁹ ad denominatorē illius. ¶ 5. Quibuſcūq; duab⁹ ꝑtibus aliquotis diſſimilib⁹ eiuſdē ſūptis cuiuſlibꝫ eaꝝ ad alterā eſt ea ꝓportio q̄ denoīatoris alteri⁹ ad denominatorē illius. ¶ 6. Qd̄ fit ex ductu duaꝝ ꝑtium aliquotaruꝫ eiuſdē vni⁹ in alteram eſt ꝑs aliquota ipſius denominata a nūero q̄ fit ex ductu duoꝝ numerorū illas ꝑtes denominātiū vni⁹ in alterū. ¶ 7. Si quotūcūq; duoꝝ fiat alterna multiplicatio ꝯtinuo ꝓducētur equalia. ¶ 8. Si quorūcumq; pluriū quodlibꝫ ſeorſū in aliquod ducat̄ ꝯpositū ex oibus inde ꝓductis erit equale illi qd̄ fiet ex ductu cōpositi ex illis ꝑtibus in illud idem. ¶ 9. Si aliquid in quotcūq; plura ſeorſum ducat̄ ꝯpositum ex oibus inde ꝓductis erit equale illi qd̄ fiet ex ductu illi⁹ in ꝯpositū ex illis. ¶ 10. Si quorūcumq; pluriū quodlibꝫ in quorumcūq; plurium quodlibꝫ ſeorſū ducat̄ ꝯpositum ex omnib⁹ inde ꝓductis erit equale illi qd̄ fiet ex ꝯposito ex illis multiplicātis in ꝯpositum ex illis ꝑ q̄ multiplicātur. ¶ Iſte quatuor ꝓpositiones vltime ſimiles ſūt aliquibus poſitis in ꝓmo cp̄lo vniuerſaliores tū q̄ ad multiplicationes fractiones ſe extendūt. ¶ 11. Si aliquid ducat̄ in vnū integruꝫ aut vnū integrū in ipm̄ tm̄ fiet ſicut ex ipſo in vnitatē. Et ſi aliq̄d ducatur in plura integra aut plura integra in ipm̄ tm̄ producet̄ ſicut ex ductu ipſius in nūeruꝫ illorum. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi fractio aliqua multiplicetur ꝑ integrū aut integra producetur fractio cui⁹ denoīator erit idē cum denominatore illi⁹ ⁊ nūerator erit ꝓductus ex nūeratore illius in numerū illius integri vel illorū integrorum. ¶ 12. Si quarūcumq; fractionuꝫ ꝓma ducat in ſc̄daꝫ ⁊ ꝓducta inde in tertia ⁊ ita deinceps vſq; ad vltimā vltimo ꝓducta erit equalis vltime q̄ ꝓduceretur ſi alia illarum a ꝓma q̄cumq; fuerit ducatur in aliā earumdē ⁊ ꝓducta in aliā. Et ita deinceps vſq; ad vltimā deueniatur. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi quotcūq; fractiōes cū integro aut integris quocūq; ordine ꝑ ſe ipſa multiplicētur cōtinuo vltimo ꝓductum erit idē. ¶ 13. Si aliquid ducatur in aliquod integrum aut in fractionē illi equale illud non creſcit nec decreſcit ꝑ talē multiplicationē. Et ſi ducatur in maius integro creſcet ⁊ ſi in minus decreſcet.
¶ Ex hac ꝯſtat nō eſſe verum vniuerſalit̄ id qd̄ ꝯmuniter ſolet dici veꝫ q̄ oīs fractio ducta in fractionē decreſcit vbi em̄ fractio in quā ducētur eſſet equalis integro aut illo maior nō eſſet illd̄ verū. ¶ 14. Si pars aliquota alicui⁹ ducat̄ in aliquem numerū vniuerſalit̄ inde ꝓducti ad illud cui⁹ eſt ꝑs aliquota erit ea ꝓportio q̄ nūeri multiplicātis ad nūeꝝ denoīantē illā ꝑtem aliquotā. ¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi ꝑs aliquota alicui⁹ ducatur in numeꝝ maiorē ſuo denoīatore q̄ eſt multiplex ad ſuū denominatorē fiet multiplex illi⁹ cuius eſt talis ꝑs aliquota. Et ſi ille in queꝫ ducit̄ ſit nō multiplex ad denominatorē ⁊ mai⁹ illo ꝓducet̄ mai⁹ ⁊ nō multiplex. Et ſi ducat̄ in equalem ſuo denoīatori fiet equale ⁊ ſi in minorē min⁹. ¶ 15. Si duo in idē ducātur erit eadē ꝓportio ꝓductoꝝ q̄ multiplicatoꝝ. Et ſi idē in duo ducatur erit eadē ꝓportio ꝓductorū q̄ multiplicātiū. Similis huic poſita eſt in ſc̄do cp̄lo hec tn̄ eſt cōmunior.
¶ Ex hac ꝯſtat q̄ ſi quotcūq; ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia in idē ducātur q̄ fiēt erunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia ſc̄dm eādē ꝓportionē. Et ſi idē in quotcūq; ordinatim ꝯtinuo ꝓꝑtionalia ducat̄ q̄ fient erunt etiā ordinatim ꝯtinuo ꝓportionalia ſc̄dm eādeꝫ ꝓportionē. ¶ 16. Cuiuſcūq; ꝓportionis ex duab⁹ ꝓportionib⁹ adeq̄te ꝯpoſite denoīatio ex ductu denoīationis

vnius illarum in denominationem alterius ꝓducetur.
Et si denominatio alicuius ꝓportionis ex ductu deno
minationis vnius in denominationem alterius ꝓduca
tur antecedentis illius ad aliquē terminum erit vna il
larum propoitionum quecunq; fuerit ⁊ illius ad ꝯńs
reliqua. ¶ Ex hac constat ꝙ si inter extrema alicuius
proportionis reperiantur due proportiones aut plu
res ꝓpie vel īpropie continuate denominatio illius
ex denominationibus omnium illarum in seductis fi
et. ¶ Patet vltra ꝙ si denominatio alicuius propor
tionis ex denominationibus duarum aut plurium in
se ductis fiet ⁊ omnes ille sint eiusdem rationis erit il
la adequate ꝯposita ex illis. Et si non sint eiusdē ratio
nis saltem inter extrema illius ille omnes adequate re
perientur ꝯtinuate. ¶ 17. Nulle due partes aliquote
eiusdem a numeris cōtra se primis denominate ꝑtem
vnam aliquotā illius ꝯstituunt. ¶ 18. Si quotcunq;
numeri ordinatim cōtinuo ꝓportionales ab vnitate in
choando sumantur nulle partes aliquote eiusdem ab
aliquibus eorum denominate vnam partem aliquotā
eiusdem ꝯstituunt. ¶ 19. Si sc̄dm minorē duorum nu
merorum non numerantem maiorem eorumdem sumā
tur partes aliquote alicuius a maiori denominate ille
sūt vna pars non aliquota eiusdem. ¶ Ex hac constat
ꝙ si fuerint duo numeri inequales adinuicem primi quo
rum quilibet sit maior vnitate ⁊ secundum minorē illo
rum sumantur partes aliquote alicuius a maiori deno
minate ex illis efficietur vna pars non aliquota eiusdē

¶ Finis sexti capituli.
¶ Capitulum septimum.

PRopoitionum quedā ra
tionalis: ⁊ quedā irrationalis. ¶ 1. Pro
portio irrationalis est duorum incommen
surabilium vnius ad alterum habitudo.
¶ 2. Proportio autem rationalis est duorum cōmen
surabilium vnius ad alterū habitudo. ¶ Proportio
num rationalium quedam equalitatis quedā maioris
inequalitatis ⁊ quedā minoris inequalitatis. Et harū
proportio equalitatis diffinita est in secundo capitulo.
¶ 3. Proportio rationalis maioris inequalitatis est
duorum commensurabilium inequaliū minoris ad ma
ius habitudo. ¶ 4. Proportio autē rationalis mino
ris inequalitatis est duorum cōmensurabilium inequa
liū minoris ad maius habitudo. ¶ Proportionis ma
ioris inequalitatis rationalis quinq; sūt species scȝ ꝓ
portio multiplex proportio superparticularis ꝓportio
superpartiens. Proportio multiplex supparticularis
⁊ ꝓportio multiplex superpartiens. Et harum tres ꝑ
me species vocātur simplices ⁊ vltime due vocantur
composite. ¶ 5. Proportio multiplex est duorū ineq̄
lium quorum maius plures adequate continet minus
maioris ad minus habitudo. Et si maius precise bis ꝯ
tineat minus ꝓportio illa dupla vocabitur. Et si ꝑcise
ter tripla. Et ita deinceps. ¶ 6. Proportio superpar
ticularis est duorum inequalium quorum maius ipsuȝ
minus precise semel ⁊ aliquā partem aliquotam eius
vltra adequate continet maioris ad minus habitudo.
Et si illa ps aliquota fuerit medietas minoris ꝓportio
illa sesqualtera vocabit̄ ⁊ si tertia pars sesquitertia ⁊
si quarta pars sesquiquarta ⁊ ita deinceps. ¶ 7. Pro
portio superpartiens est duorum inequaliū quorū ma
ius ipsum minus precise semel ⁊ aliquas ꝑtem aliquo
tam eius vltra adequate continet ex quibus nō resul
tat vna pars aliquota illius minoris maioris ad minus
habitudo. Et si tales partes aliquote fuerint due pro
tio illa supbipartiens vocabitur. Et si tres supertrip
tiens ⁊ ita deinceps. ¶ 8. Proportio multiplex super
particularis est duoꝝ inequaliū quorum maius ipsum
minus pluries ⁊ aliquā ꝑtem aliquotā eius vltra ad
equate ꝯtinet maioris ad minus habitudo. ¶ 9. Pro
portio multiplex suppartiens est duorum inequalium
quorum maius ipm̄ minus pluries ⁊ aliquot ꝑtes ei⁹
aliquotas ex quibus fit vna ps non aliquota illi⁹ mino
ris adequate ꝯtinet maioꝝ ad min⁹ habitudo. ¶ Pro
portionis minoris inequalitatis quinq; sunt etiā spēs
q̄ ꝑ additionem istius dictionis sub ordinatim ad spēs
ꝓportionis maioris inequalitatis rationalis sumūtur
Similiter ⁊ illarum specierum spēs ⁊ ipsaꝝ diffinitio
nes eodem modo sicut diffinitiones specierum ꝓpor
tiōis maioris inequalitatis rationalis sumēde sūt hec
sola variatiōe facta ꝙ vbi in illis ponit̄ maioris ad mi
n⁹ hītudo loco illi⁹ sumat̄ i hīs mioꝝ ad mai⁹ hītudo.

Pro intellectione istaruȝ distin
tionum est aduertendū primo ꝙ sicut ꝓportio potest ī
mediate diuidi in ꝓportioneȝ equalitatis ⁊ in ꝓportio
nem inequalitatis. Ita potest in ꝓportionē rationaleȝ
⁊ in ꝓportionem irrationaleȝ immediate diuidi. Quia
sicut omnis ꝓportio est equalitatis aut inequalitatis.
Ita ⁊ omnis proportio est rationalis aut irrationalis
Est vltra supponendum ꝙ in ꝓposito est sermo de cō
mensurabilitate eo modo quo in vltimis diffinitionib⁹
primi capituli ꝓcedebatur ita vt quilibet numerus cui
cumq; nūero sumat̄ ⁊ vnitati sit ꝯmensurabilis.
¶ Circa primam igitur diffinitionē aduerte ꝙ ꝓpor
tio irrationalis potest diuidi in ꝓportioneȝ irrationalē
maioris inequalitatis ⁊ in ꝓportionem irrationalē mi
noris īequalitatis nulla tñ equalitatis est irrationalis
Nā quecumq; equalia sūt cōmensurabilia ex quo qd̄
libet ipoꝝ quodcumq; ipoꝝ numerat. In ꝓposito tñ
nō fit mentio de illa diuisione. Qz nō spectat ad ꝓpos
tum de ipsa ꝓportione irratiōali ꝑtractare. Exemplū
tñ solet dari de ipsa ꝓportione irrationali maioris in
equalitatis de ꝓportione diametri quadrati ad costaȝ
ipsius. Sed de hoc inferius aliquid tangetur.
¶ Scd̄a diffinitio est manifesta silr̄ ⁊ scd̄a diuisio cū
mēbroꝝ diffinitionib⁹. Sȝ circa illd̄ qd̄ tāgit̄ ī diuisiōe
ꝓportionis maioris ineq̄litatis irrationalis ī suas spēs
vcȝ ꝙ ꝑme tres illaꝝ dicūr simplices ⁊ alie due ꝯposi
te aduertendū est ꝙ nō dr̄ ꝓportio multiplex supparti
cularis ꝯposita qz ꝯponat̄ ex multiplici ⁊ ex supparti
culari. Qz tūc q̄libȝ multiplex maior dupla deberet di
ci multiplex supparticular; nec dr̄ aliq̄ multiplex sup
partiēs ex eo qz ꝯponat̄ ex multiplici ⁊ ex suppartiēte
qz tūc ꝓportio. 8. ad. 3. nō esset multiplex suppartiens
⁊ etiā ꝓportio. 20. ad. 4. esset multiplex suppartiēs
qz adeq̄te ꝯponit̄ ex ꝓportionib⁹. 12. ad. 4. ⁊. 20. ad.
12. sȝ dicet̄ ꝯposita multiplex supparticularis ꝑt cāȝ
tāgēdā ī diffinitiōe silr̄ ⁊ ꝑt cām tāgēdā ī diffinitiōe
multiplic; suppartiēt; dicet̄ ꝯposita multiplex suppatiēs
bñ tñ v̄ū est ꝙ q̄libȝ multiplex supparticular; ꝯponit̄
adeq̄te ex multiplici ⁊ supparticulari. Qz ꝯponit̄ ex ꝓ
portiōe ꝑtis aitis ad illud ꝯñs q̄ totiēs adeq̄te ꝯtinet
illd̄ ꝯñs q̄tiēs illd̄ aitis ⁊ nō aliqd̄ vltra ⁊ ex ꝓportione
illi⁹ aitis ad illā ꝑtē mō ꝑma est multiplex ⁊ scd̄a ē su
pparticularis qz qd̄ addit illud aitis supra illā ꝑtē ē ps
aliq̄ta ꝯñtis ⁊ eū illud ꝯñs sit ps aliq̄ta illi⁹ ꝑtis ꝑ. 20
ꝑmi capl̄i illud additū erit etiā ps aliquota illi⁹ ꝑtis.
¶ Diffinitio ꝓportiōis multiplic; manifesta ē. Circa
ipsā tñ aduerte ꝙ īfinite sūt spēs ꝓportiōis multiplic;
quaꝝ olm̄ dat̄ minima ⁊ non maxia qz q̄libȝ denoiat̄ ab
aliq̄ nūero dupla eñi q̄ est multiplicū minima a binario
tripla a ternario ⁊ ita deiceps. Propterea sumūt̄ spēs

ꝓportionis multiplicis ꝯſr. ꝓportionabiliter ſicut ſu muntur numeri in ſerie a binario inchoãdo. Preterea eſt ſupponendum ꝙ in hijs materijs interdum ſolet di ci ꝙ denominatio ꝓportionis multiplicis eſt plura in tegra quod etiam veruꝫ eſt q2 in ꝓportione multiplici quod ꝓ cõſequente ſumitur imaginatur eſſe vnũ inte grum. Et quia antecedẽs eſt plura equalis illi erit plu ra integra cuꝫ igitur denominatio proportionis illius antecedẽtis ad illud ꝯſequens ſit illud antecedẽs quẽ admodum denominatio cuiuſcumqꝫ ꝓportionis cuiuſ cumqꝫ numeri ad vnitatem eſt illemet numerus prop terea denominatio cuiuſcumqꝫ ꝓportiõis multiplicis eſt plura integra. Et ex hijs patꝫ ꝙ cuiuſcumqꝫ ꝓpor tionis multiplicis denominatio eſt tot itegra quot ſũt vnitates in numero denominãte illã. Et ex ꝯñti ſi de nominatio alicuius ꝓportionis ſit plura integra illa de nominabitur a nũero in quo ſũt tot vnitates quot ſunt illa itegra. Et hoc ꝓ demõſtrationib⁹ multeꝝ ꝯcluſionũ q̃ in arithmetica noſtra demonſtrant̃ ſupponendũ eſt.

¶ Diffinitio ꝓportionis ſupparticularis eſt manife ſta. Circa ipſaꝫ tñ aduerte ꝙ quelibꝫ ꝓportio ſuppar ticularis denomiatur ab vnitate cum parte aliquota. Quia denominatio ꝓportionis ſecundũ dicta in diffi nitionibus. 2. capituli ſaltẽ ſi fuerit illa ꝓportio maio ris numeri ad nũeruꝫ minorem erit numerus ſecundũ quem añs cõtinet ꝯñs cum pte aliquota quã vltra cõ tinet ⁊ cum ꝑ ſe ſemel ꝯtineat illud cõſequens deno minatio talis ꝓportionis erit vnitas cuꝫ pte aliquota. Et etiã ex ꝯñti in quibuſcumqꝫ alijs cõſimilis erit de nominatio. Et ſolet etiã dici ꝙ denominatio ꝓportio nis ſupparticularis eſt vnum integrũ cum pte aliquo ta integri ⁊ hõc verum eſt q2 ꝯñs talis ꝓportis imagi natur eſſe vnũ integrũ ⁊ añs talis ꝓportionis eſt vnũ equale illi cum parte aliquota illius cũ igitur denomi natio illius ꝓportionis ſit illud añs erit denominatio illius vnum integrũ cum pte aliquota. Et ex ꝯñti ſi de nominatio alicuius ſit vnũ integrũ cum pte aliquota il la erit ſupparticularis. Et hoc etiã ꝓ demonſtrationi bus ꝯcluſionum noſtre arithmetice ſupponenduꝫ eſt. Et ex hijs apparet ꝙ quelibꝫ ſupparticularis ptialiter denomiatur ab aliqua pte aliquota ⁊ ꝓpterea infinite erunt ſpẽs ſupparticularis quarũ olm dabitur maxia ⁊ nõ minima ex eo q2 alicui⁹ datur maxima ps aliquo ta ⁊ nullius datur minima ⁊ ſumẽtur ſpẽs ꝓportionis ſupparticularis ordinatim ꝓportionabilit̃ ſicut ſumũt̃ ptes aliquote denominate a nũeris in ſerie inchoando a binario ſic igitur ſumẽtur ordinatim ⁊ ꝯñr ſpẽs ſcꝫ ſeſquialtera ſeſquitertia ⁊ ita deinceps. Eſt vltra ad uertendum ꝙ interdũ ſolet dici ꝙ aliqua multiplex eſt ꝯſimilis denominationis ſicut aliqua ſupparticularis quod ꝓpterea ſaluatur q2 q̃libet ꝓportio ſupparticu laris ptialiter denominatur a parte aliquota et q̃libet pars aliquota ab aliquo nũero maiori vnitate denomi natur quemadmoduꝫ ⁊ quelibet ꝓportio multiplex ab aliquo numero denominatur. Ideo ꝓpter hoc propor tio multiplex dicetur ꝯſimilis denominationis cum ali qua ſupparticulari. Quia illa multiplex denominatur ab aliquo nũero a quo denomiatur ps aliquota a qua partialiter denominatur illa ſupparticularis. Et ꝓp terea dupla erit ꝯſimilis denominatiõis quoad hoc cũ ſeſquialtera ⁊ tripla cũ ſeſquitertia ⁊ ita deiceps. Et nõ eſt imaginandũ ꝙ ꝓpterea dicantur ꝯſimilis deno minationis q2 eadem ſit denominatio vtriuſqꝫ.

¶ Diffinitio ꝓportionis ſuperpartientis ſatis mani feſta eſt de ſe. Circa ipſam tñ aduerte ꝙ denominatio cuiuſcũqꝫ ꝓportionis ſuperpartientis eſt vnitas cum ptibus aliquotis ex q̃bus ſit vna ps non aliquota vni⁹ integri. Et hoc ideo q2 añs talis ꝓportionis cõtinet ꝑ eſſe ſemel ꝯñs ⁊ vltra aliquot ptes aliquotas ipſi⁹ ex quibus ſit vna pars non aliquota ipſius ⁊ ipſum ꝯñs imaginatur eſſe vnum integrũ. Et ꝓpterea ſolet etiã dici ꝙ denominatio cuiuſcumqꝫ ſuppartientis eſt vnũ integrũ cum ptibus aliquotis illius ex quibus ſit vna pars non aliquota eiuſdem. Et hoc eſt verũ propter cõ ſimilem cauſam ſicut dictũ eſt ꝙ cuiuſcumqꝫ ſuppar ticularis denominatio eſt vnũ integrum cum parte ali quota illius ⁊ ex conſequenti ſi denominatio alicuius ꝓportionis ſit vnum integrũ cum ptibus aliquotis q̃ ſunt minus illo ex quibus nõ ſit vna pars aliquota il lius illa proportio erit ſuperpartiens ⁊ hoc etiam pro demõſtrationibus concluſionũ arithmetice ſupponen dum eſt. Et ſi interdũ cõcedatur ꝙ aliqua ſuppartiẽs denominetur a numero tali vel tali non intelligendum eſt ꝙ taliter a tali vel tali nũero denominetur. Sed ad hunc ſenſũ ſaluatur veꝫ ꝙ denominatur ptialiter a pa tib⁹ aliquotꝫ a tali vel tali nũero denominatis vel ſecũ dum illum ſumptis. Et ex hijs apparet ꝙ quelibet ſu perptiens denominatur ptialiter ab aliquot partibus aliquotis ⁊ ꝓpterea ſpecies poſſunt ſumi duob⁹ diuer ſis modis. Uno modo ex parte diuerſitatis numero rum illarum ptium aliquotarum. Alio modo ex pte di uerſitatis denominatoruꝫ. Primo enim modo ſumerẽt̃ ordinatim ſpecies hoc modo ſupbipartiens ſupertri partiens ſupquadripartiens. Et ita deinceps quaruꝫ prima ptialiter denominaretur a binario ptiuꝫ aliquo taꝝ ⁊ alia a ternario ⁊ ita deinceps. Sed alio mõ ſe ſu merent̃ ordinatim ſupptiẽs t̃tias ſupptiẽs q̃rtas ſup partiens quintas. Et ita deinceps quarum pma deno minaretur ptialiter a ptibus aliquotis denominatis a ternario ⁊ ſecũda a denominatis a quaternario ⁊ ita deinceps. Et ſi ſumãtur pmo modo quelibet talium ſpecierum eſt ſubalterna. Unde quelibet ſumptarum pmo modo infinitas poteſt habere ſpẽs ſcðm diuerſi tatem numerorum denominãtium ptes aliquotas non tñ ꝓ quolibet denominatore talium ptium aliquotarũ vnicuiqꝫ illarum ſpecieꝝ vna ſpecies correſponderet q2 nulla eſt ſuppartiens que dicatur ſupbipartiens ſe cundas aut ſupbipartiens quartas ⁊ ita deinceps. Et vniuerſaliter quacumqꝫ illarum ſpecieꝝ data nulla po terit ſpecies ſibi correſpondere ſumpta ab aliquo de nominatore qui ſit minor illo numero illarum partium aliquotaꝝ a quo ptialiter illa denominatur aut qui ſit nũeratus ab illo ſed cuilibet poteſt correſpondere ſpe cies ſumpta a quocumqꝫ alio denomiatore ⁊ quia poſ ſunt eſſe infiniti tales denominatores quorum nullus eſt minor illo numero aut numeratus ab illo propterea cuilibet illarum ſpecierum illo modo ſumptaruꝫ infini te ſpecies poterunt correſpondere. Horum omniũ de monſtrationes in arithmetica noſtra aparẽt. Sed pro ſpeciebus ſumptis ſecundo modo aduerte ꝙ nulla il larum poteſt habere ſpeciem aliquam ſumptam a nũe ro partium aliquotarum niſi ille ſit minor denominato re illaruꝫ a quo illa ſpecies ſumpta eſt ⁊ non nũeratus ab illo ⁊ ꝓpterea prima illarum ſpecieruꝫ non habebit plures ſpecies ſub ſe ſed ꝯuertetur cum ſuperbiparti ente tertias que eſt ſpecies ſpecialiſſima ⁊ ſecunda cõ uertetur cum ſuptripartiente quartas q̃ eſt ſpẽs ſpeci aliſſima q2 nulla eſt ſupbipartiẽs quartas ⁊ ꝓpterea nõ hꝫ plures ſpẽs ſub ſe tertia tñ hẽbit tres ſpẽs ſub ſe ⁊ ex ꝯñti plures q̃ quarta nec illud inconueniens ꝙ ali qua ꝓcedentium plures habeat q̃ immediate ſequẽs. Et ex ꝯñti apparet ꝙ nulla ſpeꝝ ſcðo mõ ſũptarũ hꝫ

tinuitas species sub se. Est vltra aduertendū ꝙ quāuis
nulle duarum specierum secundo modo sumptarum
sint conuertibiles tamen bene coincidunt alique illarū
ymmo quecumq; quarum denominatores talium par
tium aliquotarum a quibus sumuntur sunt ordinatim
continuo proportionales secundum proportionē mul-
tiplicem coincidūt ⁊ quarumcumq; talium alique spe-
cies specialissime conuertuntur aut se habēt sicut infe-
rius ⁊ superi⁹ quia quelibet superquadripartiēs sex-
tas est superbipartiens tertias ⁊ quelibet super octo-
partiens duodecimas est superquatripartiens sextas
⁊ superbipartiens tertias ⁊ ex ꝯsequenti eadem ꝓpor
tio erit superpartiens tertias ⁊ superpartiēs sextas ⁊
superpartiēs duodecimas ⁊ ꝓportionabiliter in alijs
similimodo se habentibus potest exemplificari. Et de
speciebus ꝑmo modo sumptis etiam dicendum est ꝙ
licet nulle due illarum sint conuertibiles tamen que-
cumq; quarum numeratores partium aliquotarū a q
bus sumuntur sunt ordinatim ꝯtinuo ꝓportionales se
cundum ꝓportionem multiplicem coincidunt ⁊ quarū
cumq; talium alique species specialissime sunt conuer
tibiles aut se habēt sicut inferius ⁊ superius vna enī
⁊ eadē ꝓportio ē superbipartiens ⁊ superquadripar-
tiens ⁊ superoctopartiens sicut statim apparuit. Et in
alijs potest etiam exemplificari. ¶ Est vltra aduertē
dum ꝙ quāuis interdum antecedēs ꝓportionis super
partientis contineat precise semel cōsequens ⁊ vltra
aliquot partes aliquotas eius dissimiles adequate si-
cut ptz de ꝓportione .11. ad .6. vbi antecedēs adequa
te continet cōsequens ꝑcise semel ⁊ vnam medietatē
⁊ vnam tertiam vltra tamen non solent huiusmodi ꝓ-
portiones denominari partialiter adhuc a talibus par
tibus aliquotis dissimilibus sed solum a partibus ali-
quotis similibus ex eo quia in tali casu necessariū erit
ꝙ ille dissimiles partes aliquote sint aliquot similes ⁊
equales partes aliquote a quibus partialiter denomi
nabitur ⁊ simile cōtingit quo ad hoc de ꝓportione mul
tiplici superpartiente.

¶ Circa diffinitionem ꝓportionis multiplicis super-
particularis est aduertendum ꝙ denominatio propor
tionis multiplicis superparticularis est numerus secū
dum quem antecedēs cōtinet ꝯsequens cum parte ali
quota quam vltra continet. Et ex ꝯsequenti solet dici
ꝙ cuiuscumq; talis denominatio est plura integra cū
parte aliquota ⁊ eadē est ratio sicut i alijs q2 ꝯsequēs
imaginatur esse vnum integrū ⁊ antecedens est plura
equalia illi cū parte aliquota illius. Et ex ꝯñti si alicu
ius ꝓportiōis denominatio sit plura integra cum par-
te aliquota vnius integri illa est multiplex superparti
cularis ⁊ hoc supponendum est ꝑ demonstrationibus
conclusionum arithmetice. Preterea aduerte ꝙ duo-
bus modis possunt sumi species ꝓportionis multipli-
cis supparticularis. Uno mō ex ꝑte ꝓportionis mul-
tiplicis ⁊ hoc fieret sumendo species ꝓportionis mul
tiplicis loco de ly proportio multiplex altero termino
seruato hoc modo dupla superparticularis tripla sup
particularis ⁊ cetera. Alio modo possunt sumi ex par
te superparticularis ⁊ hoc fieret sumēdo species pro-
portionis superparticularis loco de ly superparticula
ris altero termino seruato hoc modo multiplex sesqui
altera multiplex sesquitertia. Et ita deinceps. Possēt
etiā tertio modo sumi ex parte vtriusq; simul ⁊ semel
hoc modo dupla sesquialtera tripla sesquitertia ⁊ ita
deinceps. Sed quia iste sūt species specierū sumpta
rum alijs modis nō est necessarium sic capere species
immediate sub tali termino. Et quia siue sumātur spe-

cies ꝑmo modo siue secundo quelibet illarum specie-
rum est subalterna ⁊ infinitas sub se cōtinens species
oportet videre qualiter sub illis sumende sint species.
Unde sub qualibz specierum ꝑmo modo sumptarum
poterunt sumi species ex ꝑte de ly supparticularis su
mēdo ordinatim species supparticularis loco de ly su
ꝑparticularis cum altero termino. Ita vt in dupla su-
ꝑparticulari sic sumātur dupla sesquialtera dupla ses
qtertia ⁊ ita deīceps ⁊ cōsimiliter in alijs. Et in quali-
bz specierum scdo modo sumptarum possunt etiam su
mi spēs ex parte ꝓporcionis multiplicis sumēdo ordi
natim spēs ꝓportionis multiplicis loco de ly ꝓportio
multiplex cū altero termino. Sic igitur sumentur sub
ly ꝓportio multiplex sesquialtera dupla sesqalterа tri
pla sesquialtera ⁊ ita deinceps. Et cōsimiliter in alijs.
Est vltra aduertendū ꝙ si interdum cōcedatur ꝙ ali-
qua multiplex supparticularis cū aliqua supparticu-
lari est ꝯsimilis denominationis nō intelligendum est
hoc quoad totalem denominationē sed quo ad ꝑtialē
que a ꝑte aliquota ꝓuenit ita ꝙ ꝓportio multiplex su-
ꝑparticularis dicetur ꝯsimilis denominationis cū ali-
qua supparticulari eo ꝙ ꝑtialiter a cōsimili ꝑte aliquo
ta denominabitur sicut illa. Et ꝓpterea ꝓportio mul-
tiplex supparticularis posset multis rationib⁹ dici cō
similis denominationis cū aliqua multiplici ad ꝓpor-
tionabilem sēsum. Uno modo ratione numeri a quo ꝑ
tialiter denomiatur vt puta quia illa ab eodē ꝑtialiter
denomiatur a quo illa multiplex totaliter denominaē.
Et hoc modo dupla sesquitertia esset ꝯsimilis denomi
nationis cū dupla. Alio modo ratione ꝑtis aliquote a
qua ꝑtialiter denominatur vt puta q2 ab eodē nūero
a quo denominatur illa multiplex denoiatur illa ꝑs ali
quota a qua ꝑtialiter denominatur illa multiplex sup-
particularis ⁊ hoc modo dupla sesqquarta cū quadru
pla esset ꝯsimilis denominationis. Alio modo ratione
vtriusq; ⁊ hoc esset q2 ab illo nūero a quo denominaē
illa mltiplex denoiatur ꝑtialiter illa multiplex suppar
ticularis similiter et ꝑs aliquota illius a qua ꝑtialiter
denoiatur ⁊ hoc modo dupla sesquialtera esset ꝯsimi-
lis denominationis cum dupla. His suppositis diffi-
nitio illa satis manifesta est.

¶ Circa diffinitionem ꝓportionis multiplicis suppar
tientis aduerte ꝙ cuiuscūq; ꝓportionis multiplicis su
ꝑpartientis denominatio est nūerus scđm quē añs cō
tinet ꝯñs cum ꝑtibus aliquotis ex quib⁹ fit vna ꝑs nō
aliquota eiusdē ꝯñtis quas vltra añs ꝯtinet ⁊ ex ꝯñti
solet dici ꝙ denominatio ꝓportionis multiplicis super
partientis est plura integra cū aliquot ꝑtibus aliquo-
tis similibus vnius integri ex quib⁹ fit vna ꝑs non ali-
quota illius integri. Et ꝯsimiliter assignanda est ratio
quo ad hoc sicut assignata est de denoiatione ꝓportio
nis multiplicis supparticularis. Et ex ꝯñti si denoia-
tio alicuius ꝓportionis sit plura integra cū ꝑtibus ali
quotis vnius integri q̄ sūt min⁹ illo ⁊ nō ꝯstituunt vnā
ꝑtem aliquotā illius illa erit multiplex suppartiens et
hoc est supponendū ꝑ demonstrationibus multaꝝ cō-
clusionum arithmetice. Preterea est aduertendū ꝙ
multis modis possunt sumi species sub ly ꝓportio su-
perpartiēs. Uno modo ex ꝑte ꝓportionis multiplicis
capiēdo ordinatim spēs multiplicis loco de ly ꝓportio
multiplex cū alio termino hoc mō dupla suppartiens
tripla suppartiēs ⁊ ita de alijs. Alio mō possunt sumi
ex ꝑte ꝓportiōis suppartiētis sumēdo ordinati spēs ꝓ
portionis suppartientis loco de ly suppartiēs cum al
tero termino ⁊ quia diuersimode possunt sumi species
superpartientis sicut tactū est etiam diuersimode po-

terunt sumi sub hoc termino adhuc sumendo eas ex parte de ly superpartiens. Sed qualiter debeant sumi satis potest apparere ex hijs que dicta sunt in expositione diffinitionis pportionis suprapartientis. Unde proportionabiliter omnino dicendum est de multiplici superpartiente sicut de superpartiente quo ad denominationem que sumitur in ipsa ex parte partium aliquotaruz nec est discrimen nisi ex parte alterius denominatiõis partialis que in hac est nũerus et in alijs vnitas. Propterea quo ad difficultates que possunt occurrere circa sumptionem talium specierum superfluum esset ampliorem processum facere. Possũt etiam sumi species ratione vtriusque simul vt puta ratione multiplicis et ratione superpartientis. Sed ille species essent species aliarum specierum alijs modis sumptarũ. Et quia sumendo species primo modo adhuc species ille sũt subalterne et possũt sumi sub illis alie species ex parte superpartientis propterea de illis satis apparet ex hijs quid sit dicendum. Et etiam sumendo secundo modo ille species erunt subalterne quantumcũque ex parte superpartientis ad specialissimas deueniatur et poterũt sumi species in ipsis ex parte proportiõis multiplicis quod facillimum est. Est vltra aduertendũ quod interduz conceditur quod aliqua multiplex superpartiens est consimilis denominationis cum aliqua superpartiente quod non habet verum quo ad denominationem totalez sed quo ad partialem que puenit a partibus aliquotis quia ambe ille a tot et totis partib9 aliquotis partialiter denominantur. Et posset etiam aliqua multiplex superpartiens dici consimilis denominationis cum aliqua multiplici ad proportionabilem sensum non enim quo ad totalem denominationem sed quo ad partialem.

¶ Circa illũd quod vltime tãgitur de speciebus pportionis minoris inequalitatis est aduertendum quod non solum quinque species immediate illius termini sumũtur eo modo quo illic proponitur puta per additionẽ de ly sub ad species proportionis maioris inequalitatis rationalis verum etiam species illaruz specierum consimili modo sumũtur vnde species submultiplicis sumũtur proportionabiliter et eodẽ ordine sicut species multiplicis addendo ly sub illis et ita de speciebus aliarũ specierum donec ad species specialissimas deueniat. Et in omnibus proportionabiliter sumende sunt diffinitiones sicut factum est illic puta facta illa variatiõe nec solum de illis quinque speciebus illud verum habet verum etiam de oĩbus speciebus illarum specieruz vsque ad species specialissimas. Propterea in sequentibus nõ amplior fiet mentio de proportionibus minoris inequalitatis. Quia notis hijs que dicentur de proportionibus maioris inequalitatis rationalibus manifeste constabunt omnia que proportionabiliter de proportionibus minoris inequalitatis rationalib9 dici possunt tam quo ad procreationes specierum illarum quam etiaz quo ad alia. Hoc vnum tamen supponendum est vez quod cuiuscumque proportionis minoris inequalitatis rationalis denominatio est pars aliquota vel partes aliquote vnius integri. Et ratio huius est quia sicut in pportione maioris inequalitatis rationali cõsequens imaginatur esse vnum integrum Ita etiaz et in proportione minoris inequalitatis rationali cõsequens imaginatur esse vnum integrum cum igitur in quacumque tali proportione cõsequens sit pars aliquota aut partes aliquote similes ãtis cuiuslibet talis proportiõis denominatio erit talis vt dictum est.

Finaliter est aduertenduz pro dicendis quod cõmuniter solet dici et hoc etiam ex dicendis poterit apparere quod quelibet pportio multiplex quacũque superparticulari est maior et per aliquam proportionẽ illam excedat et illud non videtur verum quia proportio multiplex binarũ ad vnitatem nõ videtur aliqua superparticulari esse maior nec aliquã talẽ excedere ex quo illa videtur indiuisibilis. Sed ad hoc dicenduz est tenẽdo talem proportionem indiuisibilem quod illud dictum debet intelligi ad hũc sensum vez quod quelibet multiplex secundum se vel aliquã similis speciei specialissime cum ipsa quamlibet superparticularem per aliquaz excedit et est illa maior et ad proportionabilẽ sensuz debent saluari omnia que cõmuniter dicuntur de excessibus pportionum vnius supra alteram si non videantur vera in rigore. Verũ est tamẽ quod quãtumcumque aliqua multiplex poneretur indiuisibilis bene posset concedi absque tali limitatione quod quelibet multiplex quacumque superparticulari est maior et hoc ideo esset quia cuiuslibet multiplicis denominatio cuiuslibz superparticularis denominatione esset maior si penes illud sumatur maioritas et pportionabiliter posset reddi causa huius si sumatur maioritas aut minoritas scdm principia quinti elemẽtorum Euclidis aut secundum alia principia tacta nec esset simile in pportionibus sicut in quantitatibus cõtinuis aut in alijs Sed quo ad illud quod dicit de excessibus pportionum oporteret habere recursũ ad illam limitationem et hec etiam suponenda sunt pro demonstrationibus cõclusionũ nostre arithmetice speculatiue pter huiusmodi difficultates que circa multas illarum conclusionum occurrere possent.

Anteꝙ ad principales ppositiones huius capituli deueniamus oportet pcreationes specierum istarum quinque specierum ostẽdere et primo de speciebus multiplicis et pro illo aliqua supponã quorum veritates inductiue in omnibus poteris experiri ¶ Primum. Quilibet nũerus in qualibet specie multiplicis potest esse cõñs. ¶ 2. Quilibet numerus preter vnitatem in aliqua illarum potest esse antecedens nullus tamen in omnibus. ¶ 3. Quilibet nũerus precise vnum genus partium aliquotarum habens in vna tñ illarum specierum potest eẽ antecedẽs quilibet autem diuersa genera talium partiuz hñs in tot specieb9 illarum adequate poterit esse antecedens quot diuersa genera talium partium habet. ¶ Ex hijs patet quod nullus impar potest esse antecedẽs in aliqua taliũ specierum denominata a numero pari. ¶ Tunc pro istaz procreatione sit hec prima propositio. ¶ Si disponantur numeri omnes sicut in serie occurrunt et omnes ordinatim ad ipsam vnitatem cõparentur puenient ordinatim omnes species multiplicis similiter et si omnes pares post primum ad ipsum pmum parez cõparẽtur. ¶ 2. Quocumque numero dato in serie si ille addatur sibi ipsi et iterum addatur composito et iterum tali composito et ita deinceps et talia composita ordinatim cõparentur ad illũ puenient omnes species multiplicis

Pro speciebus proportionis superparticularis aliqua imprimis supponam. Primum: quilibet numerus precise vnum genus partium aliquotarum habẽs in vna tñ specie superparticularis potest esse cõsequens quilibet autem habens diuersa genera poterit adequate in tot esse cõsequens quot diuersa genera talium partium habet. Secundum quilibet impar diuersa genera partium aliquotarum habens potest in tot illarum specierum adequate esse antece-

dens quot sunt illa diuersa genera. Et si precise vnum genus habeat precise in vna poterit esse antecedens. Tertium Nullus par in tot illarum potest esse antecedens quot diuersa genera partium aliquotarum habet. Sed si habeat diuersa genera talium partium poterit esse in tot vno minus ⁊ si precise habeat vnum genus in nulla poterit esse antecedēs. Quartum si aliqua istarum specierum denominetur a parte aliquota denominata a numero pari de necessitate consequens eius erit par antecedēs autē indifferēter poterit esse par aut impar. Et si denominetur a parte aliquota denominata ab impari de necessitate aūs illius erit par ꝯsequens autem indifferenter poterit esse par aut impar. ¶ Ex hijs patz ꝑmo ꝙ nullus numerus in qualibet istarum specierum potest esse antecedens aut ꝯsequens. ¶ Patet vltra ꝙ nulla istarum specierum inter duos impares reperitur sed si in aliqua antecedēs impar non poterit illa inter aliquos reperiri cuius cōsequens sit impar ⁊ si in aliqua ꝯsequens sit impar nō poterit inter aliquos reperiri quorū antecedens sit impar. ¶ Tunc pro istarū specierum ꝓcreatione sit hec prima ꝓpositio. Si disponantur numeri ordinatiꝫ sicut in serie occurrunt ⁊ quilibet post binarium ad ꝓximuꝫ minorem ipso ꝯparetur prouenient ordinatiꝫ omnes species ꝓportionis superparticularis similiter ⁊ si disponantur omnes pares sicut in serie occurrunt ⁊ quilibꝫ post secundum ad ꝓximum parem ante ipsum cōparetur ꝓuenient etiam ordinatim omnes iste species. Secunda ꝓpositio quocumqꝫ numero in serie dato si ille addatur sibi ipsi ⁊ iteruꝫ tali ꝯposito addatur ⁊ ita deinceps ⁊ quilibet illorum cōpositorum post primum ad proximum illorum ante ipsum comparetur prouenient etiam omnes ille species ordinatim.

Pro speciebus suppartientis ad

uerte ꝙ sicut tactum fuit ille possunt sumi ex parte numeratorum sic scꝫ superbipartiēs supertripartiens supquadrupartiens ⁊ ita deinceps ⁊ possunt sumi etiā ex parte denominatorum sic scꝫ superpartiēs tertias superpartiens quartas ⁊ ita deinceps possent etiam sumi ex parte vtriusqꝫ simul sed ille essent species specialissime aliaruꝫ quare viso de aliqs modis sufficienter apparebit quid dicēdū sit si illo modo sumātur. Ideo de illis primis modis dicendum est.

¶ Pro speciebus igitur superpartiētis primo modo sūptis hec supponam primum. Quilibet numerus inter quem ⁊ vnitateꝫ mediat aliquis in serie qui non est ꝑs aliquota illius in aliqua illarum specierum potest esse cōsequens. Et si aliquis talis medius diuersis modis dicatur tot vel tot partes aliquote illius per respectū ad cōpositum ex ipso ⁊ ex illo medio in tot illarum erit ꝯñs quot diuersis modis taliter denoīabitur tot aut tot ꝑtes. Et si ꝓcise vno modo ꝓcise in vna ꝑ respectū ad tale ꝯpositū. Et ita de quolibet alio medio inter ipsū ⁊ vnitatem qui nō est ꝑs aliquota ipsius. Si aūt null⁹ taliter sit medius inter ipsum et vnitatem non poterit in aliquā talium esse cōsequens quēadmodum de binario contingit. ¶ 2. Si aliquis numerus possit adequate diuidi in duo inequalia quorū minus nō sit pars aliquota maioris ille poterit in aliqua illarum specierum esse aūs ⁊ ipso taliter diuiso si minor diuidentiū diuersis modis dicatur tot vel tot partes aliquote maioris ille ꝑ respectum ad maiorem diuidentiū erit in tot illarum specierum adequate aūs quot diuersis modis minor diuidētium dicetur tot vel tot partes aliquote maioris ⁊ si precise vno modo ꝓcise in vna. Et ita si diuersis modis ꝯtingeret diuidere talem numerū in duo inequalia per respectum ad maiorem diuidentium.

¶ Sed pro speciebus scd̄o modo sumptis duo similia omnino supponā hac sola variatione facta ꝙ vbi fit mētio in hijs dictis de tot aut tot partibus aliquotis in illis fiat mētio de totis aut totis partibus aliquotis. Et ex hijs patz ꝙ nullus potest esse aūs in aliqua specierum primo modo aut scd̄o modo sumptaruꝫ nisi sit maior binario nec poterit aliquis esse aūs nisi habeat plures vnitates ꝙ̄ tres si fuerit impar ⁊ si par nisi habeat plures ꝙ̄ sex.

¶ Tunc pro creatione specierum tam primo modo ꝙ̄ scd̄o modo sumptarum sit hec propositio. Si numeri impares post ternarium ordinatiꝫ sicut in serie occurrūt ad numeros post binarium sicut etiā in serie occurrunt ꝯparetur primus ꝑmo ⁊ secūdus scd̄o ⁊ ita deinceps ꝓuenient ordinatim oēs species ꝑmo modo sumpte similiter ⁊ omnes secundo modo sumpte. ¶ Hic tamē aduerte ꝙ species ꝑmo modo sumpte oēs sunt subalterne ⁊ quelibet habet īfinitas species sumendo eas ex parte denominatorum In ꝑma earum sic supbipartiens tertias superbipartiens quintas. ¶ Et ita deinceps. Et iste omnes bene possent ꝓcreari ordinatim si disponātur omnes impares ab vnitate sicut in serie occurrunt ⁊ quilibet post ternarium ad ꝓximum imparē ꝓcedentem ipsum comparetur quia sicut inferius apparebit nulla est supbipartiens quartas sextas aut octauas ⁊ ita deinceps species tñ specialissime aliarum specierū ꝑmo modo sumptarum non possēt sic ordinatim ꝓcreari. Sed specierum secundo modo sumptarū alique sunt specialissime puta due preme ⁊ alie omnes subalterne nulla tñ earum habet infinitas species specialissimas sed aliqua tm̄ duas ⁊ aliqua tm̄ tres ⁊ interdum sequens plures habet ꝙ̄ ꝓcedens. Ex quo patꝫ ꝙ non quelibet species specialissima ꝓportionis suppartientis formaliter includit numeratorē partium aliquotarum sicut patꝫ de suppartiente tertias ⁊ de suppartiente quartas quelibet tñ equiualenter includit certum numeratorem quia ꝑma illarum equiualet supbipartienti tertias ⁊ secunda suptripartienti quartas.

¶ Quia ergo infinite sunt species specialissime ⁊ nō ordinatim talium omniuꝫ specierum ꝓcreationes possunt ostendi sicut ⁊ ꝓcreationes subalternarum propterea sufficiet ꝑ cuiuslibet earum ꝓcreatione ⁊ inuentione in numeris certā regulam dare hoc tñ ꝑmo supponendum est quacumqꝫ specie specialissima istarū data si aliquis numer⁹ habeat partem aliquotaꝫ denominatam a denominatore ꝑtium aliquotarum a quib⁹ denominatur illa ille poterit esse ꝯñs in tali specie specialissima si naūt nō. Et si aliquis numerus possit in duas ꝑtes inequales adequate diuidi quarū minor sit ꝑtes aliquote maioris sumpte scd̄m numeratorē ⁊ denominate secundū denominatorem illius fractiōis a qua partialiter illa species denominatur ille poterit in tali specie esse aūs si naūt non. Ex hoc patet ꝙ nullus impar poterit esse ꝯñs in aliqua suppartiente denominata a partibus aliquotis denominatis a nūero pari impar/ tñ bñ poterit esse in tali ymmo in qualibꝫ tali denominata a partibus aliquotis sūptis scd̄m imparem ⁊ denominatis scd̄m parem. ¶ Tunc ꝓ cuiuscumqꝫ illarū specierum ꝓcreatione ⁊ inuentione in nūeris sit hec regula. Quacumqꝫ tali specie data cape denominatorē fractionis a qua partialiter denomiatur ⁊ sibi adde numeratorem queꝫ habet illa fractio formaliter vel equiualenter ⁊ compositum ꝓuenientem compa ad illum denominatorem ⁊ ꝓueniet talis species.

Pro speciebus multiplicis super

particularis aduerte q sicut tactum fuit duobus modis possunt sumi species sub illo termino scz ex parte multiplicis ꝛ ex parte superparticularis ꝛ possēt etiā sumi ex pte vtriusqꝫ simul sed qꝛ ille essent species specialissime specierum pmis modis sumptarum ex dicēdis apparebit quid sit dicēdum in illis. ¶ Pro speciebus ergo illis modis sumptis hec supponam. Primū Quilibꝫ numerus hēns partem aliquotam potest in omnibus speciebus pmo modo sumptis esse ꝯsequēs ¶ 2. Quilibet qui potest in aliqua specie supparticularis esse ꝯñs potest etiam in aliqua specierum secundo modo sumptarū esse cōsequens ꝛ si in pluribus illarum in tot adequate istarum. Et si pcise in vna pcise in vna ꝛ inde est q nullus impar poterit esse ꝯñs in aliqua illarum specierū ptialiter denominata a parte aliquota denominata a nūero pari. ¶ 3. Si in aliquo numero ꝯtingat capere tres partes nō ꝯmunicantes ex quibus adequate resultet quarū due sint equales vel vna earum ad alteram multiplex ꝛ tertia sit ps aliquota minoris illarum si sint inequales aut vtriusqꝫ si eq̄les ille poterit in aliqua specierum tā pmo modo q̄ secūdo modo sumptarum esse añs. Et si diuersis modis contingat capere tales duas partes maiores quo ad hoc q est esse equales aut vnā esse duplam aut triplā ad aliam ꝛ ita deinceps tertia se habēte vt dictum est in tot spērum pmo modo sumptarum adequate poterit esse antecedēs quot diuersis modis ꝯtingeret capere illas duas partes quo ad illud tertia se habente vt dictum est. Et si pcise vno modo pcise in vna. Et si diuersis modis contingeret capere tertiam ptem in illo quo ad hoc q est esse totā vel totam ptem aliquotam minoris aliorum duorum si sint inequales aut vtriusqꝫ si equales alijs duabus se habentibus vt dictum est in tot spērum scdo modo sumptarū poterit ille esse añs quot diuersis modis continget capere illam tertiam ptem quo ad illud alijs se hñtibus vt dictum est. Et si pcise vno modo pcise in vna. ¶ 4. Cuiuscumqꝫ specie specialissima multiplicis supparticularis data si numerus aliquis habeat totam ptem aliquotam quota est illa a qua ptialiter illa denominatur ille poterit esse consequēs in tali specie. Et si in aliquo numero contingat tres ptes non communicantes inuenire ex quibus adequate resultet quarum due ita se habeant vt ꝯpositū ex ipsis sit multiplex ad vnā ipsarum denominatū a numero a quo ptialiter denominatur illa multiplex supparticularis ꝛ tertia sit tota ps aliquota submultiplicis aliarum quota est illa a qua ptialiter denominatur illa species ille numerus poterit esse antecedens in tali specie ꝛ non alias.

¶ Tunc p istarum spērum tam pmo modo q̄ secūdo modo dictarum pcreatione pono hanc propositionem Si disponantur numeri post vnitatem sicut in serie occurrunt ꝛ compositus ex pmo pari ꝛ pmo impari post vnitatē pmo illorum competit. Deniqꝫ compositꝰ ex illo ꝯposito ꝛ ex scdo impari post vnitatē scdo illorum competit similiter ꝛ compositꝰ ex illo composito ꝛ ex tertio impari tertio illorum competit et ita deinceps prouenient ordinatim tam species pmo modo sumpte q̄ scdo modo sūpte. ¶ Hic tñ aduerte q siue spēs sumātur pmo mō siue scdo inē oēs ille sūt subalterne ꝛ q̄bꝫ eaꝝ infinitas hꝫ spēs sub se. Uñ in dupla supparticulari sic sumūt spēs specialissime dupla sesquialtera dupla sesqtertia ꝛ ita deinceps ꝛ iste oēs spēs pcreabūt si pmꝰ ipar post ternariū pmo nūero post vnitatē i serie ꝯpet ꝛ scds post ternariū scdo. Et ita deinceps capiēdo ꝯtinuo p ꝯñtibꝰ ꝯñr nūeros seriei post vnitatē ꝛ p añtibꝰ nūeros crescētes p binariū. Et spēs specialissime triple supparticularis ordinati pcreabunt si tertiꝰ impar a ternario pmo post vnitatē in serie ꝯpetit ꝛ quartꝰ ab illo in serie scdo post vnitatē in serie ꝯpet ꝛ sic ꝯñr duobꝰ semp relictis medijs int̄ añā ꝛ nullo int̄ ꝯñā ꝛ pportiōabit̄ de spēbꝰ q̄druple supparticularis tribꝰ relictis medijs int̄ añā post pmuꝫ ꝛ ita deinceps. ¶ Sꝫ p spēbꝰ specialissimis aliaꝝ spēꝝ facile poterit̄ hr̄e pcreationē. Si eñ oēs ipares post ternariū ordinatim vt i serie occurrūt ad binariū ꝯpares ordinati oēs spēs specialissimas multiplicis sesqualtere pme illaruꝫ spēꝝ repies ꝛ si oēs ipares post quinariū ternario ꝯpes ordinati oēs spēs specialissimas mltiplicis sesqtertie pcreabis. ¶ Hijs tñ nō obstātibꝰ si vis rīam adinueniēdū quālibꝫ spēꝫ specialissimā multiplicis supparticularis in nūeris hāc cape. Quacūqꝫ tali datā cape denoīatorē ptis aliquote a qua ptialit̄ illa denoīat̄ ꝛ cape multiplicē illiꝰ denoīatuꝫ ab illo nūero a quo ptialit̄ illa denoīatur cui adde vnitatē ꝛ tūc ꝯpositū ad illū denoīatorē erit talis pportio. Ex hoc appet q lꝫ nulla supparticularis int̄ duas ipares possit repiri tñ aliq̄ multiplex supparticular; bñ pōt int̄ duos ipares repiri sicut pꝫ de dupla sesqtertia ꝛ de q̄libꝫ denoīata a nūero pari ꝛ a pte aliquota denominata ab impari.

Supest iā de spēbus multiplicis

supparticītis mētionē facere p q̄bꝰ aduerte q possunt duobꝰ modis sumi sicut tactū fuit. Uno mō ex pte proportiōis multiplicis Alio mō ex pte pportiōis suppartiētis possēt etiā sumi ex pte vtriusqꝫ sed qꝛ ille essent spēs istaꝝ spēꝝ capiēdo hijs duobꝰ modis ex dicēdis appebit ipaꝝ pcreatio. Pro ipsis ḡ sūptis ex pte multiplicis hec supponā. Primū Quilibꝫ nūerꝰ q̄ pōt in aliq̄ spē suppartiētis eē ꝯñs pōt in oībꝰ illis esse ꝯñs. ¶ 2. Si aliq̄s nūerꝰ adeq̄te resultet ex tribꝰ ptibꝰ nō ꝯmunicātibꝰ q̄rū due sint eq̄les vel vna eaꝝ ad alterā multiplex ꝛ tertia sit ps nō aliq̄ta minoris alіaꝝ si fuerit ineq̄les aut vtriusqꝫ si equales ille poterit eē añs in aliq̄ illaꝝ pportionū. Et si diuersis mōd ꝯtingat capere illas duas pmas ptes in ipso quo ad hoc q est esse eq̄les aut vnā multiplicē ad aliā poterit ille i diuersis spēbꝰ istaꝝ eē añs puta i tot adeq̄te quot diuersis modis ꝯtinget capere tales duas ptes tertia se hñte vt dictuꝫ est ꝛ si pcise vno modo pcise in vna. Et si in aliquo nō ptingat tres tales ptes capere ex q̄bꝰ adequate resultat nō poterit ille esse añs in aliqua illarum.

¶ Sed p spēbꝰ illꝰ tmini sumēdo eas ex pte suppartiētꝫ aduerte q duobꝰ modis possūt sumi sicut ꝛ spēs suppartiētꝫ. Primo mō ex pte nūeratoꝝ ptiū aliq̄taꝝ sic scꝫ. Multiplex supbiptiens multiplex supertiptiens. Alio mō ex pte denoīatoꝝ sic scꝫ Multiplex suppartiens tres multiplex suppartiēs quartas ꝛ ita deinceps ꝛ de ꝯñtibꝰ spēꝝ hijs modis sūptaꝝ eodē mō dicēdū est sicut de ꝯñtibꝰ spēꝝ suppartiētꝫ de sūptis pmo mō ibi sicut de sūptis pmo mō illic ꝛ de sūptꝫ scdo mō ibi sicut de sūptꝫ scdo illic. Sꝫ p añtibꝰ illaꝝ hoc vnū suppone scꝫ q si aliq̄s nūerꝰ adeq̄te resultet ex tribꝰ ptibꝰ nō ꝯmunicātibꝰ quaꝝ due sūt eq̄les aut vna ad alterā multiplex ꝛ tertia sit mior q̄cūqꝫ illaꝝ ꝛ sit pte aliq̄te ꝛ nō ps aliquota miorꝫ alіaꝝ si fuerint ieq̄les aut vtriusqꝫ si eq̄les ille poterit eē añs in aliqua pmaꝝ istarū spēꝝ sil’r ꝛ i aliq̄ scdaꝝ ꝛ si diuersis modis ꝯtingit capere illā tertiā ptē quo ad hoc q ē eē tot vel tot ptes aliq̄te minorꝫ aliaꝝ aut vtriusqꝫ alijs duabꝰ se hñtibꝰ vt

dictū est ī tot ꝑmaꝝ poterit adeq̄te eē aīs quot diuersis modis ꝯtinget talē tertiā ptē sumere que ad illud aliq̄s se hītib⁹ vt dictū est ⁊ si diuersis modis ꝯtinget talē ētiā ptē sumere quo ad hoc ꝙ est eē totas vel totas ptes aliq̄tas mioꝝ aut cuiusitbȝ alioꝝ duoꝝ aliq̄s se hītib⁹ vt dictū est in tot adequate scdaꝝ spēꝝ poterit ille eē aīs q̄t diuersis modis ꝯtinget illā tertiā capere quo ad illud aliq̄s se hītib⁹ vt dictū est ⁊ si nō cōtingeret in aliq̄ nūero capere tres ptes ex q̄b⁹ adeq̄te resultat q̄ talr se hēant vt dictū ē nō poterit in aliqua talium esse antecedens.

¶ Nūc ꝓ istaꝝ spēꝝ ꝑcreatiōe pono hāc ꝓpōnē. Si disponāt oēs ipares post vnitatē sicut in serie occurrūt ⁊ ꝯposit⁹ ex ꝑmo ⁊ scdo ꝯpet ꝑmo nūero post binariū ⁊ ꝯposit⁹ ex illo ⁊ ex tertio scdo post binariū ⁊ ita deinceps ꝓuenīēt ordinati oēs spēs multiplicis suppartiētis sūpte ex pte multiplicis silr ⁊ oēs sūpte ex pte suppartiētis siue sumāt ex pte denoīatorū siue ex pte nūeratoꝝ. Hoc inductiue poteris in oībus videre.

¶ Sȝ qꝛ nulle istaꝝ spēꝝ sūt specialissime ymo q̄libȝ illaꝝ hȝ īfinitas spēs adhuc vltro ꝯtinget descēdere ī ipis. Sȝ ꝓpt eaꝝ mltitudinē sufficiet ostēdere cuiuslꝫ ꝙ spēi specialissime ꝑcreationē ⁊ iuētionē in nūeris.

¶ Pro illo igr̄ hec duo supponā. Primū ꝙ quaciūꝙ talī spē specialissima data si aliq̄s nūer⁹ hēat ptē aliq̄tā denoīatā ab eodē nūero a q̄ denoīant ptes aliq̄te a q̄b⁹ illa ꝓꝑtiōalit denoīat ille poterit eē ꝯñs ī tali situātē nō ⁊ ꝓpterea nulli⁹ ipar poterit eē ꝯñs ī aliq̄ ꝓꝑtiōalit denoīatꝭ a ptib⁹ aliq̄tꝭ denoīatꝭ a nūero pari. ¶ 2. Que cūꝙ tali data si in aliq̄ nūero ꝯtingat repire tres ptes nō cōicātes ex q̄b⁹ adeq̄te resultet quaꝝ due ita se habeāt ꝙ ꝯpositū ex ipsis sit multiplex ad vnā illaꝝ denoīatū a nūero a quo ꝓꝑtiōalit illa multiplex suppartiēs denoīatur ⁊ ētiā sit tot ⁊ tote ptes aliq̄te submultiplicis alteꝝ quot ⁊ q̄te sūt ille a q̄b⁹ illa ꝓꝑtiōalit denoīatur formalit vel equalēt ille poterit eē aīs ī tali situātē nō.

¶ Nūc quacūꝙ spē specialissima multiplicis suppartiētis data q̄cūꝙ fuerit si vis illā in nūeris īuenire cape denoīatorē illi⁹ fractiōis a q̄ ꝓꝑtiōalit denoīat ⁊ cape multiplicē illi⁹ denoīatū ab illo nūero a q̄ etiā ꝓꝑtiōalit denoīat cui adde nūeratorē quē hȝ illa fractio formalit vel equalēt ⁊ ꝯpositū ꝓueniēs se hēbit in tali ꝓportiōne ad illū denoīatorē facile poterꝭ exēplificare. ¶ Ex hꝭ igr̄ sufficiēt pōt hēri rēa ad īueniēdū quālibȝ spēm specialissimā ꝓportionis rōnalis maioris ineq̄litatis ī nūeris si eīm illa sit multiplex ꝯpa nūeꝝ a q̄ denoīatur ad vnitatē ⁊ eā hēbis ⁊ si suppartiꝯularꝭ cape nūeꝝ a quo denoīatur ps aliq̄ta a q̄ ꝓꝑtiōalit denoīatur ⁊ cōpa nūeꝝ maiorē ipo sola vnitate ad ipm ⁊ eā hēbis ⁊ si sit suppartiēs aut multiplex suppartiꝯularis aut multiplex suppartiēs iā ostēsum est. ¶ Aliis modis possunt oēs spēs ꝓportionis maioris ineq̄litatis ꝑcreari iuxta tria veterū ꝑcepta ꝑ q̄ pictagorici oēm ineq̄litatē ex equalitate oriri ostēdebāt sȝ si hāc ꝑcreationē velis videre recurre ad decimū elementoꝝ nr̄e arithmetice speculatiue. Ibi eīm ad lōgū repies talē modū ꝓcedendi demōstratū ibi aūt ꝓpter breuitatē relinq̄tur qꝛ modus tactus pro nunc sufficit.

Superest iā ꝓ ꝯplemēto h⁹ cpli aliq̄s ꝓpōnes ponere q̄ꝝ ꝑma sit ista. ¶ Quorūcūꝙ duoꝝ ꝯmēsurabiliū ꝓportio vni⁹ ad alteꝝ est sicut nūeri ad nūeꝝ. Et si duorum ꝓportio vnius ad alterū fuerit que numeri ad numerum illa sunt cōmensurabilia. Et ex hac constat ꝙ quecumꝙ duo cōmensurabilia idem numerant ⁊ sunt eiusdem ptes aliquote. ¶ 2. Si aliquid sit pars aliquota aut ptes aliquote alterius illud est illi cōmensurabile. ¶ 3. Si ꝓportio ꝑmi ad scdm fuerit que tertij ad quartum ⁊ ꝑmuȝ sit cōmensurabile secundo erit tertium cōmēsurabile quarto. Et si incōmensurabile incommensurabile. Et si ꝑmum sit cōmensurabile tertio erit scdm cōmensurabile quarto ⁊ si incommensurabile incōmensurabile. ¶ 4. Si duo fuerint cōmensurabilia vni tertio illa sunt inter se cōmensurabilia. Et ex ꝯñti cuicumꝙ cui vnum duorum cōmensurabiliuȝ est ꝯmensurabile reliquuȝ est cōmensurabile. Et cuicūꝙ cui vnum est incommensurabile reliquum est incōmensurabile. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ nulla duo incōmensurabilia idem numerāt. ¶ 5. Si quotcūꝙ sumpta in numero finito sint incōmensurabilia quodlibet eorum alicui alteri eorumdē est incommēsurabile. ¶ 6. Omne adequate ꝯpositum ex duobus cōmensurabilibus nō cōmunicantibus est vtriꝙ illorum commensurabile. Et omne adequate ꝯpositum ex duob⁹ incōmensurabilib⁹ non cōmunicantibus vtriꝙ illorum est incommēsurabile. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ si aliquid sit cōmensurabile residue pti sue ⁊ ille ptes erunt inter se cōmensurabiles. Et si aliquid incōmensurabile alicui pti eius est incommensurabile residue pti ⁊ ille ptes inter se erunt commensurabiles. Patet vltra ꝙ si quotcumꝙ sint commensurabilia inter se ꝯpositum ex illis cuilibȝ illorum erit commēsurabile. ¶ 7. Si aliquid sit cōmensurabile alicui toti ⁊ detracto ex illo illud est ꝯmēsurabile residuo illius ⁊ si sit ꝯincēsurabile detracto ⁊ residuo illius illud est cōmensurabile illi. ¶ Ex hac constat ꝙ si quotcumꝙ sumptoruȝ in nūero finito quodlibet sit alicui certo cōmensurabile ꝯpositūȝ ex eis omnibus erit eidem cōmensurabile. ¶ Ex hꝭ igitur ptȝ ꝙ omnis ꝓportio rationalis est sicut ꝓportio numeri ad numerum ⁊ econuerso. ¶ 8. Propositionem rationalem in rationalem ⁊ irrationalem adequate diuidi aut ex rationali ⁊ irrationali adequate componi est impossibile.

¶ Ex hac patet ꝙ nulle due ꝓporti ones quaruȝ vna est rationalis ⁊ altera irrationalis possunt inter extrema alicuius rationalis ꝓprie vel improprie adequate continuari. Patȝ vltra ꝙ si aliqua ps ꝓportionis rationalis maioris inequalitatis sit rationalis maioris inequalitatis residua ps erit rationalis maioris inequalitatis. Et si ps rationalis minoris inequalitatis sit rationalis minoris inequalitatis residua pars erit rationalis minoris inequalitatis. ¶ 9. Omnis ꝓportio ex aliquibus rationalibus adequate ꝯposita est rationalis. Et ex ꝯsequenti si quotcumꝙ rationales inter extrema alicuius adequate ꝯtinuentur ꝓprie vel improprie illa erit rationalis. Ex hac ptȝ ꝙ nulla rationalis ex aliquot rationalib⁹ cum vna irrationali adequate resultat ⁊ ex ꝯñti impossibile est aliquot rationales cum vna irrationali adequate inter extrema alicuius rationalis ꝓprie vel improprie cōtinuari. Patȝ vltra ꝙ q̄libet cuius aliqua rationalis est pars aliquota est rationalis. ¶ 10. Si alicuius compositi ad vnam suaruȝ partium fuerit ꝓportio multiplex erit residua ps eidē parti equalis vel ad illā multiplex. Et si alicuius vna pars sit equalis residue pti aut ad illaȝ multiplex erit illius totius ad illam residuam proportio multiplex et ad aliam multiplex aut supparticularis. ¶ 11. Si alicuius totius ad vnam ptem fuerit ꝓportio multiplex ipsius ad residuaȝ erit multiplex aut supparticularis. Et si ipsius ad vnam sit supparticularis eius ad residuaȝ erit multiplex. Ex hac ꝯstat ꝙ si alicuius ad vnā suarum partiū sit ꝓportio multiplex ⁊ illa non sit equa

tis residue parti erit illius totius ad residuã partem
ꝓportio superparticularis. Et si ipsius ad vnã sit multi
plex aut superparticularis eius ad residuaʒ erit multi-
plex aut superparticularis. ¶ 12. Si alicuius ad vnã
ꝑtem eius sit ꝓportio superparticularis erit illius par-
tis ad residuam multiplex ꝯsimilis denominationis.
Et si alicuius ad alterũ sit multiplex erit ꝯpositi ex il
lis ad illud superparticularis ꝯsimilis denominationis
¶ 13. Si alicuius ad alterũ sit ꝓportio multiplex erit
ꝯpositi ex illis ad illud minus ꝓportio multiplex vno
maioris denominationis ⁊ si alicuius ad alterũ sit su-
perparticularis ꝯpositi ex illis ad illud minus erit dupla
superparticularis ꝯsimilis denominationis ex parte su-
perparticularis ad maius aũt superpartiens cuius nume
rator partium est denominator ꝑtis superparticularis ⁊
denominator maior illo vnitate. ¶ 14. Si alicuius ad
alteruʒ fuerit ꝓportio superpartiens ꝯpositi ex illis ad
minus illorum erit dupla superpartiens ꝯsimilis deno-
minationis ex parte superpartientis ad maius vero su-
perpartiẽs. Ex hys ꝯstat q̧ si alicuius ad alterũ sit mul
tiplex superparticularis compositi ex illis ad minus erit
multiplex superparticularis vno maioris denomina-
tiõis ex parte multiplicis. Et ꝯsimilis ex parte super-
particularis ⁊ ad maius superpartiens. Et si alicuꝰ ad
alterum fuerit multiplex superpartiens ꝯpositi ex illis
ad illud minus erit multiplex superpartiens vno maio-
ris denominationis ex parte multiplicis. Et ꝯsimilis
ex parte superpartientis ad maius vero superpartiens
¶ 15. Si duo ꝯmensurabilia inequalia quorum minꝰ
non numerat maius coniungantur ꝯpositi ad maius ip-
sorum erit ꝓportio superpartiens ad minus vero multi
plex superpartiẽs aut multiplex superparticularis. Et ex
ꝯsñti si duo numeri adinuicem primi inequales quoruʒ
quilibet est maior vnitate ꝯiungãtur ꝯpositi ad maius
erit ꝓportio superpartiens ad minus vero multiplex su
perparticularis aut multiplex superpartiens. Et ex hys
ꝯstat q̧ si duo inequalia ꝯmensurabilia coniungãtur
ꝯpositi ex illis ad maius erit ꝓportio superparticula-
ris aut superpartiens ad minus vero multiplex aut mul
tiplex superparticularis aut multiplex superpartiẽs.
¶ 16. Superpartientem aliquã aut multiplicem super-
partientem partialiter denominaris ꝑtibus aliquotis
sumptis secundum nũerum maiorem denominatore il-
larum aut numerantem illum denominatorẽ est impos
sibile. ¶ 17. Si fuerint due ꝓportiones superpartien-
tes ⁊ numeratores partiuʒ aliquotarum a quibus vna
ipsarum denominatur ad denominatorẽ eiusdeʒ sit
ea ꝓportio q̃ numeratoris ꝑtium a quibus alia denomina
tur ad denominatorem ipsarum ille erunt equales.
¶ 18. Multiplicium dupla est minima ⁊ tripla post ip
sam ⁊ ita deinceps. Superparticularium vero sesquial-
terã est maxima ⁊ sesquitertia post ipsã ⁊ ita deinceps
¶ 19. Quacumq̧ superpartiente data contingit super-
partientem maiorem ipsa similiter ⁊ superpartientem
minorem ipsa reperire. ¶ Quia si a maioris nũeri ad
b minorem sit data superpartiens sit c illorum differen-
tia que erit maior vnitate ⁊ tunc cape d numerum ma-
iorem a ⁊ e minorem d sola vnitate ⁊ tunc ꝓportio to-
tius d e ad d erit superpartiẽs maior illa data. Et si ca
pias numerum maiorem a quẽ non numeret c quẽm fa
cile poteris reperire capiendo multiplicem c maiorem
a ⁊ addendo sibi vnitatẽ ille erit maior a q̃dem non nu-
merabit c sit ergo ille d si igitur addas c illi totꝰ c d ad
d erit ꝓportio superpartiẽs minor illa data hec poteris
ꝓbare si ponas duas tales in tribus terminis quoruʒ
idem sit vtrusq̧ ꝯñs aut ꝯñs sicut ostensũ est in quar

to capitulo. ¶ 20. Nulla est multiplicium superparti-
cularium maxima aut minima. Quia quacũq̧ tali da-
ta datur multiplex superparticularis ꝯsimilis denomina
tionis cum ipsa ex parte superparticularis ⁊ maioris ex
parte multiplicis cuius denominatio erit maior deno-
minatione illius ⁊ ꝑ ꝯñs maior illa. Et contingit dare
aliquam ꝯsimilis denominationis cũ illa ex parte mul
tiplicis ⁊ maioris ex ꝑte superparticularis que erit mi
nor illa. ¶ 21. Nulla est multiplicium superpartientium ma
xima aut minima. Hec eodem modo apparet sicut p̃ce-
dens. ¶ 22. Quarumcũq̧ duarum multiplicium ineq̃-
lium maior excedit minoreʒ per ꝓportionem numeri a
quo ipsa denominatur ad numerum ꝑ quem minor de-
nominatur. Ex hac ꝯstat q̧ quelibꝫ multiplex denomi
nata a maiori numero q̃ sit binarius supra multiplicẽ
denominatam a minori numero sola vnitate addit ad-
equate superparticularem denominatam a ꝑte aliquota
denominata ab illo minori sola vnitate ⁊ ex ꝯñti si ali-
qua multiplex cum tota superparticulari coniungantur
ꝓueniet multiplex vno maioris denominationis q̃ sit
illa multiplex. ¶ 23. Cuiuscumq̧ nũeri post vnitateʒ
ad primum sibi in serie minoreʒ ipso ꝓportio addit su
pra ꝓportionem primi sibi in serie maioris ipso ad ip-
sum superparticularem q̃ est quadrati ipsius ad minorẽ
illo sola vnitate. Et ex hac ꝯstat q̧ ꝓportio dupla su-
pra sesquialterã adequate addit sesquitertiã ⁊ ex illis
duabus adequate ꝯponitur ⁊ ex ꝯñti supra sesquiter
tiam addit sesquialteram. Patet vltra q̧ quelibet
superparticularis denominata a ꝑte aliquota denomina
ta ab aliquo nũero addit supra superparticularem deno
minataʒ a parte aliquota denominata a numero maio
ri illo sola vnitate superparticularem denominatã a ꝑte
aliquota denominata a nũero minori sola vnitate qua-
drato illius denominãtis ꝑtem aliquotam illius mino-
ris. Et ex ꝯñti quelibet superparticularis ex duabus su-
perparticularibus adequate ꝯponitur. ¶ 24. Si or
dinentur tres multiplices a tribus numeris immedia-
te se sequentibꝰ in serie denominate sicut numeri illi in
serie ordinãtur ꝯposita ex duabus extremis minor est
q̃ media duplicata. Et si quatuor ꝯposita ex duabus
extremis erit minor q̃ ꝯposita ex duabus medijs ⁊ ꝓ
pterea ꝯposita ex quadrupla ⁊ dupla minor est q̃ tri-
pla duplicata. Et ꝯposita ex quintupla ⁊ dupla minor
ꝯposita ex quadrupla ⁊ tripla. ¶ 25. Si tres propor-
tiones maioris inequalitatis immediate inter primos
numeros in serie recte ordinentur sicut ⁊ illi numeri in
serie ordinãtur composita ex prima ⁊ tertia erit maior
q̃ scd̃a duplicata ⁊ si quatuor ꝯposita ex p̃ma ⁊ quar-
ta maior erit ꝯposita ex duabus medijs. Et ꝓpterea
ꝯposita ex dupla ⁊ ex sesquitertia maior est sesquialte-
ra duplicata ⁊ ꝯposita ex sesquialtera ⁊ sesquiquinta
maior ꝯposita ex sesquitertia ⁊ sesquiquarta. ¶ 26.
Quacumq̧ rationali maioris inequalitatis aliqua su-
perparticularis est minor ꝯtingitq̧ maximã superparti
cularem que sit eius ꝑs reperire quia capta tali inter
numeros quorũ differentia sit maior vnitate altius illi-
us ad primum minorem ipso erit ꝓportio superparticu-
laris minor illa quo habito querã per ostensa an sesq̃-
altera sit illa minor ⁊ si sic illa erit maxima superparti-
cularis que erit ꝑs illius ⁊ si nõ querã de sesquitertia
⁊ ita ꝯñr ascendã donec reperiã superparticularem mi-
norem illa ⁊ q̃ primũ aliquã talem inuenerã illa erit q̃-
sita. ¶ 27. Quacumq̧ superparticulari aliqua superpar-
tiens est minor similiter ⁊ aliqua superpartiens est ma
ior. ¶ Ex hys constat q̧ quacumq̧ rationali maioris
inequalitatis aliqua superpartiẽs est minor. ¶ 28. Vis

ꝓportio rõnalis maioris inequalitatis minor dupla est supparties aut supparticularis. Et ex hac ꝛ ex ꝑcedētib⁹ ꝯstat ꝙ quacūqȝ rõnali maioris inequalitatis minori dupla ꝯtingit suppartientē maiorē reperire si em̄ talis sit suppartiens supi⁹ ondsum est qualiter maior ipsa repiatur si aūt sit supparticularis ꝓportio suptripartiens quartas erit q̄sita. ¶ 29. Ois ꝓportio adequate ꝯposita ex supparticulari ꝛ suppartiente est minor tripla. ¶ 30. Quālibet rõnalez maioris inequalitatis minorē tripla ꝯtingit in suppartiētē ꝛ supparticularē adequate diuidere. Nā si a sit q̄cūqȝ talis ꝛ sit dupla/ vel ea minor inueniā maximā supparticularez q̄ sit ei⁹ ps ꝛ sit b ꝛ residua ps e q̄ erit rõnalis ꝛ maioris ineq̄litatis ꝛ sit d supparticularis minor e ꝛ residua ps e sit e q̄ erit etiā rõnalis maioris ineq̄litatis addo ꝙ e ipsi b ꝯstat tunc a ꝓportionē adequate cõponi ex tota b e ꝛ ex d mõ tota b e erit suppartiēs ꝛ d supparticularis diuisa ergo a in totā b e ꝛ i d ꝯstabit ꝓpositū si aūt a sit maior dupla ꝛ minor tripla sit adeq̄te ꝯposita ex dupla ꝛ ex sesq̄tertia q̄ ꝑdicta est maior sesq̄altera duplicata si a sit maior b vel illi eq̄lis substraho ex ea sesq̄alterā ꝛ residua ps sit c illa erit suppartiēs ꝛ ꝑ ꝯñs a adeq̄te diuidet̄ in sesquialterā ꝛ in suppartientē. Et si a sit minor b cū a sit maior dupla substrahat̄ sesq̄tertia ex a q̄ sit e ꝛ residua ps a sit d quā dico esse suppartiētē diuidet̄ ꝙ in e ꝛ d adequate vt ꝓponit̄. ¶ 31. Ois ꝓportio adeq̄te cõposita ex duab⁹ suppartientib⁹ est minor quadrupla. ¶ 32. Quālibet rõnalem maioris ineq̄litatis minorē quadrupla ꝯtingit in duas suppartiētes adequate diuidere. Nā si a sit q̄cūqȝ talis sit b maxia supparticularis q̄ sit ps a ꝛ e residua ps a ꝛ sit d suppartiēs minor c supra quā e addat minorē ꝓportionē ꝙ sit sesq̄tertia ꝛ illa quam addit sit e quā addo ipsi b ꝛ fiat e b ꝯstat tūc a adequate ꝯponi ex tota e b ꝛ ex d similit̄ totā e b esse suppartientē q̄r est minor dupla ꝛ nõ ē supparticularis nā alias nõ esset b maxia supparticularis q̄ est ps a diuisa ꝙ a in totā b e ꝛ in d ꝯstabit ꝓpositū. ¶ 33. Ois multiplex supparticularis supra multiplicē ꝯsimilis denoīatiõis ex ꝑte multiplicis addit supparticularē denoīatā a pte aliquota denoīata a nūero ꝓducto ex denoīante illā multiplicē in denoīantē ꝑtē aliquotā a qua ꝑnaliter denoīatur illa multiplex supparticularis Et inde est ꝙ dupla sesq̄altera supra duplā addit sesq̄quartā ꝛ tripla sesq̄tertia supra triplam addit sesq̄nonam ꝛ ita de aliis. ¶ 34. Ois multiplex suppartiēs denoīata ab aliquo nūero cū ꝑtib⁹ aliquotis sūptis scdʒ ipsū addit supra multiplicē ꝯsimilis denoīationis ex ꝑte multiplicis ꝓportionē supparticularē ꝑnaliter denoīatā a pte aliquota cui⁹ denoīator est idē cū denoīatore illaꝝ ꝑtium suppartientis vñ dupla supbipartiēs tertias supra duplā addit sesquitertiā ꝛ tripla suptripartiēs quartas supra triplā addit sesquiquartā ꝛ ita deinceps. ¶ 35. Quelibet multiplex suppartiēs denoīata ab aliquo nūero cuȝ ꝑtib⁹ aliquotis sūptis scd̄m nūerum submultiplicē ad illū addit supra multiplicē ꝯsimilis denoīatiõis cū illa ex ꝑte multiplicis ꝓportionē aliquā supparticularē. ¶ 36. Quibuscūqȝ duab⁹ ꝓportionib⁹ rõnalib⁹ maioris inequalitatis inequalib⁹ datis maior excedit minorē ꝑ ꝓportionē adequate ꝯpositā ex aliquib⁹ supparticularib⁹ Nā posītis ipsis in trib⁹ nūeris quorū idem sit vtriusqȝ ꝯñs ꝛ dr̄a añtium sit maior vnitate ꝓportio maioris illarū excedet minorē ꝑ ꝓportionem adequate ꝯpositam ex ꝓportionibus maximi illorū añtium ad ꝓximum minorē ipso ꝛ illius ꝓximi ad proximum minorē ipso ꝛ ita ꝯñr descendēdo vsqȝ ad minimuȝ illorum añtium ꝛ ille oēs sint supparticulares. Cū hoc tn̄ stat ꝙ maior excedat minorē adequate ꝑ aliquā supꝑticularem ꝛ stat ꝙ ꝑ supparticularē ꝛ stat ꝙ ꝑ suppartientē ymo qualibet spēe specialissima rõnalis poterit stare ꝙ ꝑ talē illam excedat. ¶ Ex hac ꝯstat ꝙ quocūqȝ nūero dato ꝛ quibuscumqȝ duabus ꝓportionibus rõnalibus maioris inequalitatis inequalib⁹ datis maior excedet minorē per ꝓportionem adequate cõpositam ex plurib⁹ supparticularibus nõ ꝯmunicantib⁹ ꝙ sint vnitates in illo numero q̄r ille poterunt poni in tribus nūeris quorū idē sit vtriusqȝ ꝯñs ꝛ dr̄a añtiuȝ erit maior ꝙ ille numer⁹ hoc dato satis ꝯstat ꝓpositum ex p̄sti. ¶ 37. Multiplicē suppertientem denominatam a nūero cū ꝑtibus aliquotis sumptis scd̄m numerum p̄mū ad illū supra totam multiplicem adequate addere aliam ꝓportionē ꝙ superpartientem est impossibile.

Superest iam ꝑ finali cõplemēto hui⁹ capituli ondere specialit̄ q̄d superius gn̄aliter ondsum fuit puta de diuisione ꝯtinui in infinitas ꝑtes ꝓportionales taliter vt totum ꝑ talez diuisionem debeat consumi sicut em̄ superius dicebatur si aliquod taliter debeat diuidi erit illius toti⁹ ad omnes ꝑtes ꝓportionales dēpta prima ea ꝓportio q̄ prime ad secundam ꝛ ꝓpterea regula generalis erit infallibilis ad diuidendū ꝯtinuū aliquod taliter in ꝑtes ꝓportionales que supi⁹ dabatur ꝑ quam in gn̄ali poteris scire modum procedendi ad inueniendum p̄mam ꝑtez proportionalē similiter ꝛ scd̄am ꝛ tertiaȝ ꝛ ita deinceps scd̄m quamlibet talem diuisionem Illis igitur suppositis nūc ondam illa particulariter pro q̄buscumqȝ ꝓportionib⁹ rõnalibus maioris inequalitatis. Ubi tn̄ est vnū supponendū ꝙ nullum ꝯtinuum finitū potest in infinitas ꝑtes ꝓportionales taliter diuidi scd̄m ꝓportionez equalitatis q̄r tunc ex diffinitione infiniti illud esset infinitū nec potest aliquod taliter diuidi scd̄m ꝓportionez minoris inequalitatis ita ꝙ detur earum p̄ma ꝛ p̄me ad scd̄am sit ea ꝓportio minoris inequalitatis q̄ scd̄e ad tertiā ꝛ ita deinceps q̄r tunc tale esset infinitū. Sed bn̄ poterit ita vt scd̄e ad p̄mā sit ea ꝓportio minoris ineq̄litatis q̄ tertie ad scd̄aȝ ꝛ ita deinceps. Tūc sit hec regula. ¶ Si ꝓponatur ꝯtinuū diuidēdū in infinitas ꝑtes ꝓportionales scd̄m ꝓportinē rõnalē maioris ineq̄litatis cape ꝓportionē illā ꝑ supi⁹ ondsa in suis minimis nūeris q̄ sint a maior ꝛ b minor ꝛ c eoꝝ dr̄a ꝛ diuide ꝯtinuū illud in tot ꝑtes eq̄les nõ cõicātes adeq̄te q̄t sūt vnitates in a nūero maiori illoꝝ illius ꝓportionis ꝛ cape tot de illis quot sūt vnitates in c drāȝ illoꝝ illi⁹ ꝓportiõis ꝛ ꝯpositū ex illis erit p̄ma ps ꝓportiõalis. Et si vis hr̄e scd̄aȝ diuide reꝝ b adequate i tot ꝑtes eq̄les nõ cõicātes q̄t sūt vnitates in a ꝛ cape de illis tot q̄t sūt in c ꝛ cõpositū ex illis erit scd̄a ps ꝓportionalis. Et ad inueniēdū tertiā diuides similr̄ mõ residuā ꝑtē b. Et ita ꝯñr ꝓcedēdo oēs ordiatim repies. Et ꝑ istā rēam apparet etiaȝ q̄cūqȝ ꝓportione rationali maioris inequalitatis data ꝛ quocumqȝ ꝯtinuo dato que pars eius sit illa in ordine ad quaȝ in tali proportione se habȝ est em̄ residua pars illi⁹ ab illa q̄ capit̄ ꝓ prima ꝑte ꝓportionali ipso diuiso i ꝑtes ꝓportionales scd̄m talē ꝓportionē put ex dictis appꝫ Ex hac igr̄ rēa ꝯstat ꝙ si aliq̄d ꝯtinuū debeat tl̄r diuidi scd̄m ꝓportionē duplā medietas ei⁹ erit p̄ma ps ꝓportionalis ꝛ medietas residui scd̄a ꝛ ita deinceps. Et si scd̄m triplā due tertie illius erūt p̄ma ps proportionalis ꝛ due tertie residui secūda ꝛ ita deinceps. Et si secundum sesquialterā vna tertia illius erit p̄ma ꝛ vna

tertia residui scda & si scdm quadruplam tres quarte
illius erunt pma & tres quarte residui scda. Et si scdz
sesquitertiā vna quarta illius erit pma & vna quarta
residui scda & ita deinceps. Et si secundum ꝓportionē
supbipartientem tertias due quinte illius erūt pma et
due quinte residui scda & ita deinceps. Et si secunduz
ꝓportionem suptripartientez quartas tres septime il
lius erunt pma & tres septime alteri⁹ secunda. Et ita
deinceps. Et si secundum ꝓportionem duplam sesqual
teram tres quinte illi⁹ erunt pma & tres quinte residui
secunda & ita deinceps. Et si scdm triplam suptriper
tientem quartas vndecim quintedecime illius erūt p-
ma & vndecī quintedecime residui scda & ita deinceps
Et ex hijs potest apparere etiaz in quibuscūq3 alijs
rationalibus maioris inequalitatis qualiter debeāt su
mi prima & scda & alie sequentes. ¶ Et ex hac regula
apparet si velles aliquod ɔtinuū diuidere in ptes pro-
portionales taliter secundum ꝓportionem minoris in
equalitatis ita vt scde ad pmam sit eadē ꝓportio mio
ris inequalitatis q̄ tertie ad scdam qualiter debeāt su
mi pma & scda & alie omnes. Uñ eodē modo debēt su
mi sicut si velles diuidere scdm ꝓportionum maioris i
equalitatis opposito modo sumptā inter terminos illi⁹
minoris ineq̄litatis. ¶ De diuisione aūt alicui⁹ in ptes
ꝓportiōales taliter secūdum ꝓportionem irrationalez
sufficit regula gñalis supius posita ad inueniendū p-
mam partem ꝓportionalem & secundā & alias omnes
si eñ diametrum quadrati velis diuidere taliter in infi
nitas partes ꝓportionales scdm ꝓportionem ipsi⁹ ad
costam talis quadrati q̄ est medietas duple excessū illi
us supra costā deberes capere ꝓ pma pte ꝓportiona
li & ꝓ scda deberes capere excessū illi⁹ coste supra co-
stam quadrati cui⁹ illa est diameter quod quadratū es
set quadratum medietatis diametri ꝑoris quadrati ꝓ
ut ex .4.6. pmi & .18. sexti elementorum euclidis appa
rere potest. Et ita deinceps oporteret ꝓcedere ad in-
ueniendum residuas ptes. Et ex hoc apparet q in ta-
li diuisione cuiuslibz ptis ꝓportionalis talis diametri
ad tertiam ab ipsa erit dupla ꝓportio qz erit duplicata
ad illā scdm quam diuiditur q̄ est medietas duple. Et
ex ɔsiti quacumq3 tali data ɔpositum ex tertia ab ipsa
& quinta & septima & alijs omnib⁹ imparib⁹ ab ipsa se-
quētibus ipsā erit equale ipsi. ¶ Sed ꝓ diuisione cor
poris adequate in ptes ꝓportionales sūptas in nūero
finito aliquid est dicendū esto q nō sit in vsu de tali di
uisione mentionē facere. Pro illo igitur est supponen-
dum q quacūq3 ꝓportione maioris aut minoris ineq̄-
litatis data & quocumq3 nūero dato ɔtingit quodlibet
ɔtinuum adequate diuidere in ptes ꝓportiones sump
tas secundū illum nūeruz scdm talem ꝓportionē. Ibi
tñ solum ponetur regula ꝓ diuisione ɔtinui in quotcū-
q3 ptes ꝓportionales finitas secundū ꝓportionem ra
tionalez maioris aut minoris inequalitatis. ¶ Pro il
lo igitur sit hec regula. Si vis aliquod ɔtinuū adequa
te diuidere in partes ꝓportionales scdm ꝓportionem
rationalē maioris aut minoris inequalitatis sumptas
in nūero finito cape tot nūeros ordinatiz ɔtinuo ꝓpor
tionales scdm talem ꝓportionem quot sūt vnitates in
nūero scdm quē vis capere ptes & cape cōpositum ex
illis omnib⁹ & diuide tale ɔtinuum adequate in tot par
tes equales quot sunt vnitates in illo numero ɔposito
certū est tunc q erunt tot adequate de illis in illo cōti
nuo quot sūt vnitates in oibus illis nūeris ɔtinuo pro
portionalibus quare capiendo ex vna pte ɔpositū ex
tot illarū quot sunt vnitates in pmo illorum nūerorum
ꝓportionalium & capiendo ɔpositū ex tot illarū quot
sunt vnitates in scdo ex altera pte & ita deinceps illud
ɔtinuū adequate resultabit ex illis compositis q̄ erunt
tot quot nūeri illi ꝓportionales & ex ɔsiti tot quot sūt
ptes in quas adequate vis illud diuidere dico ergo q
illa ɔposita sic ordinatim sumpta sicut nūeri illi ꝓpor-
tionales ita q ɔpositum ex tot illarum ptium quot sūt
vnitates in pmo illorū numerorū ꝓportionaliū capitē
ꝓ pma pte & ɔpositum ex tot illarum quot sunt vnita-
tes in scdo ꝓ scda & ita deinceps erunt ptes ꝓportio
nales in quas illud ɔtinuum diuidetur eo mō quo ꝓpo
situm est qz illa ɔposita erunt sūpta scdm illum nūerū
scdm quē vis capere ptes ꝓportionales adequate in
illo toto vt ꝓbatum est sed q se habeāt in tali ꝓportio
ne secundū quā vis diuidere ptz sit a pmus illorū nu-
merorū ɔtinuo ꝓportionalium sumptorū scdm talē ꝓ
portionē & sit b scds c aūt sit vnitas sit insup d illud cō
positum quod capit̄ ꝓ pma pte & e illud quod capit̄ ꝓ
scda f aūt sit vna illarum ptium equaliū in quas adeq
te diuidebatur illud ɔtinuū q̄ sunt in illo cōtinuo scdm
numerū ɔpositum ex illis numeris ɔtinuo ꝓportionali
bus ɔstat tunc ex ypothesi f totiēs adequate esse in d
quotiens vnitas in a totiēs adequate in e quotiēs vni
tas in b quare ꝓportio d ad f erit que a ad c vnitatem
& f ad e q̄ c ad b ergo ꝑ equā ꝓportionalitatez directā
d ad e erit q̄ a ad b. Et ɔsimiliter omnino poterit ꝓba-
ri q e ad illud ɔpositum quod capit̄ ꝓ tertia pte ꝓpor
tionali sit ea ꝓportio q̄ b ad tertiū illorum numerorum
ɔtinuo ꝓportionalium & ita deinceps vsq totum cōstat
ꝓpositum. ¶ Ex hoc apparet q lz nullū ɔtinuum pos
sit adequate diuidi in infinitas ptes ꝓportionales se-
cūdum ꝓportionem minoris inequalitatis ita vt pme
ad scdam sit ea ꝓportio minoris īequalitatis q̄ secūde
ad tertiā & ita deinceps bñ tñ poterit vnū quodq3 diui
di adequate in quotcūq3 ptes ꝓportionales scdm pro
ꝓportionem minoris inequalitatis sūptas in nūero fi-
nito ita vt pme ad scdam sit ea ꝓportio minoris ineq̄
litatis q̄ scde ad tertiā & ita deinceps. ¶ Patet scdo
q stabit diuidere aliquod ɔtinuū in aliquot ptes ꝓpor
tionales sūptas in nūero finito scdm aliquā certā pro
portionem datā & stabit ipm etiā diuidere idē ɔtinuuz
adequate in ptes ꝓportionales sūptas in numero fini
to scdm talem ꝓportionem alia tñ diuisione q̄ ꝑoꝛi vt
puta in plures ptes ꝓportionales aut pauciores & tñ
pma ps ꝓportionalis sumēdo eā scdm vnā illarū di-
uisionum nō erit equalis pme scdm aliā diuisionē hoc
ptz si velis ex vna pte diuidere a corp⁹ in quatuor par
tes ꝓportionales scdm duplaz ꝓportionem sumendo
istos quattuor nūeros ɔtinuo ꝓportionales scdm du-
plam .1.2.4.8. ex quibus fit .15. Et diuidendo alia di
uisione idē in tres ptes ꝓportionales adequate scdm
duplā ꝓportionem & caperes istos nūeros ɔtinuo pro
portionales scdm duplā .1.2.4. ex quibus fit .7. tunc
eñ diuidēdo pmo modo scdm regulā positā octo quī-
tedecime essent pma ps ꝓportionalis & diuidendo se-
cundo mō quatuor septime eiusdē essēt pma ps ꝓpor
tionalis q̄ sunt maior ps illius q̄ octo quintedecime il
lius. Sed ꝓ hijs ponā aliquas regulas quarum pma
sit ista. ¶ Si aliquod corp⁹ debeat diuidi in aliquot p-
tes ꝓportionales finitas adequate scdm aliquā ꝓpor
tionem vniuersaliter eodē modo debz sumi pma pars
ꝓportionalis qualitercūq3 ꝓcedatur scdm regulā po
sitā qz ꝑ correlariū vltime .3. & ꝑ ɔuersam ꝓportiona-
litatem qualitercūq3 procedatur in tali diuisione illius
ɔtinui ad pmā partem ꝓportionalē debebit esse eadē
ꝓportio. ¶ Scda rla. Si aliq̄d ɔtinuū debeat in aliq̄t
partes ꝓportionales finitas adequate diuidi secūdū

aliquā ꝓportionem rationalem maioris aut minoris inequalitatis ⁊ illud idem secunda diuisione debeat diuidi in plures ptes ꝓportionales ꝙ prima diuisione sūptas tñ in numero finito ⁊ secundum eandem ꝓportionem. Prima ps ꝓportionalis secundum primā diuisionem erit maior ꝙ prima sumpta scđm secūdā hoc facile potest ꝓbari diuidendo ipsum primo iuxta regulā positā secundo modo ⁊ postea diuidendo ipsum primo modo iuxta eandem regulā sumendo de illis numeris continuo ꝓportionalibus quos cepisti ad diuidendū alio modo tot quot oportet capere qui sint maximi illorum. Tunc pma ps secundum primam diuisionē erit ptes aliquote illius continui equales inter se sūpte secundum eundem numerū aut maiorem illo numero secundum quem sumūtur ptes equales eiusdem cōtinui in prima pte ꝓportionali secundum scđam diuisionem ⁊ denominator illarum ptium equalium ex quib⁹ resultat prima prime diuisionis erit maior denominatore illarum ex qbus resultat prima pme diuisionis quare q̄libet illarum quacumq̧ aliarū erit maior ⁊ ex ꝯñti cōpositum ex illis maius composito ex alijs vnde cōstat propositum.

¶ Finis septimi capituli.
¶ Capitulum octauum.



N hac pte sicut in principio dictum fuit de cōmensurabilitate proportionum aliqua sunt dicenda. Pro quibus supponendū est ꝙ simila omnino verificātur de ꝓportionibus cōmensurabilibus hīs q̄ cōmuniter dicūtur de quibuscumq̧ cōmensurabilibus que demonstrata sūt in primo ⁊ in octauo nostre arithmetice speculatiue illa eñ ad oīa cōmensurabilia sunt communia. Preterea est supponendum ꝙ nulle due ꝓportiones diuersarum rationum sunt commensurabiles. His igitur suppositis sit hec prima propositio.

¶ Si due multiplices aut quotcūq̧ plures coniungātur ꝓportio composita ex illis adequate erit multiplex. Et inde est ꝙ nulla ꝓportio multiplex est ps aliquota alicuius non multiplicis nec numerat aliquā non multiplicem. ¶ 2. Nulla ꝓportio multiplex ex aliquot rationalib⁹ maioris inequalitatis adequate resultat aut in aliquot adequate diuiditur nisi q̄libet illarū sit multiplex. ¶ Ex hac constat ꝙ nulla ps aliquota alicuius ꝓportionis multiplicis potest in numeris reperiri nisi talis ps aliquota sit multiplex. Et ex cōsequenti nulla ꝓportio in numeris reperibilis numerat multiplicem nisi illa sit multiplex. Et inde est, ꝙ supposito ꝙ ꝓportio diametri quadrati ad costā eiusdē sit medietas duple (quod ex. 46. primi ⁊ ex. 18. sexti elementorum euclidis apparet) illa est irrationalis. quia illa nō est multiplex, ⁊ est ps aliquota multiplicis. ⁊ hoc etiā in tertio cap͞lo deducebatur. sed clarissime potest illud ꝓbari aliter, suppositis tribus tactis in quinto capitlo. Primū, ꝙ quorumcūq̧ duorum numerorum in sua ꝓportione minimorum alter est impar vel vnitas. ¶ 2. Cuiuscūq̧ nūeri imparis quadratus est impar. ¶ 3. Qz si capiātur duo numeri inequales, quadrati maioris illorū ad quadratum minoris eorūdem est ꝓportio dupla ad ꝓportionem maioris illorum ad minorē. His suppositis ptꝫ ꝙ ꝓportio, que est medietas duple, nō sit rōnalis. Qz tunc ex terminis ⁊ ex dictis in capitulo ꝑcedēti, illa posset inter duos numeros reperiri, sed hoc est impossibile. igit̃. minor ptꝫ, qz si possit, inueniantur minimi numeri talis ꝓportiōis, qui sint a maior, ⁊ b minor, ⁊ sit c quadratum a ⁊ d quadratū b. erit tunc ex tertio supposito ꝓportio c ad d dupla ad proportionem a ad b. ⁊ ex ꝯñti erit dupla. ⁊ ꝑ primū suppositum alter eorum a b erit impar vel vnitas. sed hoc nō potest stare, qz non poterit maior illorum esse vnitas nec impar, qz tunc ex secundo supposito c esset impar, qui cū ꝓbatus sit duplus ad d aliquis impar haberet medietatē quod est impossibile. nō ergo poterit maior numer⁹ talis ꝓportionis esse impar aut vnitas. nec poterit b nūerus minor illi⁹ esse ipar vl̃ vnitas, qz cū a debeat esse par, sit e medietas a. erit tūc ꝓportio a ad e maior ꝙ a ad b. Et ex ꝯñti b erit maior e. ⁊ cū ꝓportio a ad e sit adequate cōposita ex ꝓportiōibus a ad b ⁊ b ad e, ⁊ illa sit dupla ad ꝓportionem a ad b. erit etiā dupla ad ꝓportionē b ad e, ⁊ ꝑ ꝯñs ꝓportio b ad e esset medietas duple. cum igit̃ b sit minor a ⁊ e minor b, nō essent a ⁊ b minimi in tali ꝓportione, quod est ꝯtra ypothesim. ptꝫ igitur ꝓpositū. ¶ 3. Nulla ꝓportio multiplex est cōmensurabilis alicui rationali nō multiplici. Qz dato opposito huius talis multiplex ⁊ illa rationalis nō multiplex ipsi cōmensurabilis numerarēt eādem ꝓportionē ⁊ essent ptes aliquote eiusdē ꝑ correlariū prime. 7. capitli ⁊ illa numerata ꝑ correlarium prime huius capituli esset multiplex ⁊ ꝑ ꝯñs illa rōnalis non multiplex per correlariū ꝑcedentis non numeraret illā numeratā vnde sequit̃ contradictio. ¶ 4. Quecūq̧ due multiplices denominate a duobus numeris qui sunt in eadē serie numerorum cōtinuo ꝓportionalium ab vnitate sunt cōmensurabiles quia quibuscūq̧ talibus duabus datis ille numerātur a ꝓportione reperta inter vnitatem ⁊ proximum post vnitatem illorū numerorum continuo ꝓportionaliū in tali serie repertorum. ¶ 5. Nulla supparticularis in aliquot rōnales equales nō cōmunicātes pōt adequate diuidi nec ex aliquot talibus adequate componitur. Qz dato opposito aliqua rōnalis esset ps aliquota talis ꝙ ꝑ dicta in tertio capitulo est impossibile. Ex quo ꝑ dicta in ꝑcedenti cap͞lo q̄libet talis inter duos nūeros primos in serie repitur. ¶ Ex hac constat ꝙ nulla ps aliquota alicui⁹ supꝑticularis pōt i nūeris repiri. ¶ 6. Supparticulariū sesquialtera duplicata duplā sesquiquartā efficit ꝓportionem. Quelibet aūt alia supparticularis duplicata suppartientem cōstituit ꝓportionem. ¶ 7. Ois ꝓportio adequate composita ex duab⁹ diuersis supparticularibus est dupla aut suppꝑticularis aut suppartiēs. ¶ Qz si ille sint sesqualtera ⁊ sesquitertia talis erit dupla ⁊ si alie erit rationalis minor dupla ⁊ ꝑ ꝯñs supparticularis aut suppartiens. Ex hijs apparet ꝙ ꝓportio adequate cōposita ex duabus sesquitertijs non communicātibus est maxima suppartiens adequate cōposita ex duab⁹ supparticularib⁹ equalib⁹ non ꝯmunicātibus. Sed ꝓportio adequate ꝯposita ex sesqualtera ⁊ sesq̄quarta erit maxima suppartiens ex duabus superꝑticularib⁹ eq̄libus non ꝯmunicātibus adequate ꝯposita. Patꝫ vltra ex hijs ꝙ q̄libet supparticularis alia a sesquialtera alicui superꝑtienti est ꝯmensurabilis qz quelibet talis aliquā superꝑtientem numerat de sesqualtera aūt an alicui superꝑtienti sit ꝯmensurabilis non ꝯstat illud nec oppositi demonstratio ipsa tñ est cōmensurabilis multiplici suppartienti qz tripla ad illam est multiplex superpartiens. ¶ 8. Quelibet superpartiens minor sesquitertia duplicata superpartientem efficit ymmo ⁊ aliqua maior sesquitertia superpartientem efficit patet de proportione. 29. ad. 21. ¶ Ex hac apparet ꝙ quelibet talis superpartiens alicui superpartienti erit commensurabilis puta illi quam duplicata facit.

¶ 9. Aliqua superptiens duplicata multiplicem superparticularem componit. Hoc ptz captis duobus quadratis post quadratum binarij ⁊ ternarij quorum maior supra duplum minoris solum addat vnitatem q cõtingit de his duobus .289. ⁊ .144. quorum maior ẽ quadratus numeri .17. ⁊ minor numeri .12. Proportio enim medij pportionalis inter illos ad minorẽ illorũ duplicata ꝯstituit pportionem maioris illorũ quadratorum ad minorez que est dupla superpticularis ⁊ illa illius medij ad minorem erit supptiẽs qr erit minor dupla ⁊ non superparticularis quia nõ sesquialtera ex quo illa quã facit duplicata ẽ minor dupla sesqrta nec erit minor sesquialtera cum duplicata faciat maiorem superpartiente erit igitur superpartiens vnde constat ppositum ⁊ tot quot inuenires diuersos tales quadratos taliter se habentes post quadratũ binarij ⁊ ternarij quorum inuentionez docet vltima .7. arithmetices tot diuersas supptiẽtes eodem modo reperies quarum quelibet geminata multiplicem supparticularem efficiat. ¶ Ex quo ptz q quelibet talis superptiẽs erit cõmensurabilis multiplici supparticulari. ¶ .10. Quotcumqz superpartientes quarum quelibet geminata multiplicem superptientem efficiat ꝯtingit reperire. Quia si sit a quicumqz impar post vnitatez ⁊ b pximus par maior ipso ⁊ c eius medietas ⁊ addas c ipsi a videbis pportionem cõpositi ex c ⁊ a ad ipsuz a esse superptientem ⁊ ipsam geminatam multiplicem superpartientem facere. Ex hac ꝯstat q possunt reperiri qtcumqz diuerse superpartientes quarũ quelibet sit cõmensuralis multiplici superpartienti hoc ptz de qualibet tali. ¶ 11. Quotcumqz diuersas multiplices superparticulares cõtingit reperire quarum quelibet duplicata multiplicem superpticularem efficiat. Nam si a sit quicumqz numer⁹ maior vnitate ex quo in se fiat b ⁊ c sit maior b vnitate inuenies proportionem c ad b esse multiplicem superparticularem ⁊ ipsã geminatã multiplicem superpticularem efficere. Ex hac ꝯstat q cõtingit reperire quotcumqz diuersas multiplices superparticulares quarum quelibet alteri multiplici superpticulari ab ipsa sit cõmensurabilis. Patz de qualibet inuenta secundum exigentiam presentis. ¶ 12. Quotcumqz multiplices superpticulares quarum quelibet geminata multiplicẽ superpartientem ꝯponat contingit inuenire. Quia si sit a quicumqz impar post vnitatem ⁊ b pximus par eo maior ⁊ c medietas b inuenies pportionem cuius denominatio sit c cuz pte aliquota denominata secundum a esse multiplicem superparticularem ⁊ illã geminatã multiplicem superptiẽtem facere. Ex hac ꝯstat q contingit reperire quotcumqz diuersas multiplices supparticulares quarum quelibet multiplici suppartienti maiori ipsa sit cõmensurabilis ptz de qualibet inuẽta p presentẽ. ¶ .13. Quotcumqz diuersas multiplices suppartientes quarum quelibet duplicata multiplicẽ superparticularẽ constituat contingit reperire. Quia si capias tot quot velis superptientes per statim ostensa quarum quelibet duplicata multiplicem supparticularem componat denominatio vnius illarum quecumqz sit sit vnum cum ptibus aliquotis sumptis secundum d numerũ quarum denominator sit a sit e maior a vnitate ⁊ d productus ex a in c cui addatur b inuenies pportionem totius b d ad a esse multiplicem superptientem ⁊ illam duplicatam multiplicem superparticularem facere. Ex hac cõstat q ꝯtingit quotcumqz diuersas multiplices suppartientes reperire quarum quelibet sit cõmensurabilis multiplici superpticulari maiori ipsa. Hoc ptz de qualibz inuẽta per presentem. ¶ 14. Quotcumqz diuersas multiplices superptientes quarum quelibet duplicata multiplicem superptientem efficiat cõtingit inuenire. Nam si inuenias tot quot velis superpartientes per statim ostẽsa quarum quelibet duplicata multiplicem superpartientem ꝯstituat ⁊ vnius illarum quecumqz sit illa denominatio sit vnũ cum ptibus aliquotis sumptis secumqz d ⁊ denominatis secundum a ⁊ sit e maior a vnitate ⁊ d fiat ex a in c cui addatur b inuenies tũc pportionem b d ad a esse multiplicem suppartientem ⁊ ipsa geminata multiplicem superpartientez faciet. Ex hac constat q ꝯtingit reperire quotcumqz diuersas multiplices superptientes quarum quelibet sit cõmensurabilis multiplici superpartienti maiori ipsa. Hoc ptz de qualibet inuenta p presentem. Horum omnium demõstrationes si velis videre recurre ad .10. elementorũ nře arithmetice speculatiue ⁊ ibi eas inuenies. Multe difficultates possunt occurrere circa istam materiã de cõmensurabilitate pportionũ pticulariter de multis pportionibus an sint cõmensurabiles. Sed qr in illis non apparet demonstratio aut exemplum vnde euidenter altera pars contradictionis ꝯstet non feci mentionem de illis sed solum tetigi hec qr illorum omnium demonstrationes in arithmetica apparent. Et ideo nõ specialius de cõmensurabilitate pportionum loquutus sum vanum enim esset in his materijs seminare ea quorum veritas demonstratiue aut aliquo alio modo constare nõ potest. De cõmensurabitate aut incommensurabilitate duaruz supparticularium an vcz quecumqz due supparticulares sint cõmẽsurabiles vel ne nichil dico qr nullum illorum demonstratiue ꝯstat aliqui tñ asserunt quascũqz duas diuersas supparticulares esse incõmẽsurabiles qr ex quo q̃libet supparticularis inter duos numeros pximos in serie repitur nõ poterit duarum talium aliqua pportio esse cõmunis ps aliquota nam alias inter duos numeros pximos caderet medium proportionale aut media pportionalia. Et propter hãc rationem concludunt illud decipiũtur tñ multum isti qr ex illo solum demõstratur q nulla pportionalis potest esse cõmunis ps aliquota duarum diuersarum superpticularium ⁊ non ostenditur de irrationali ⁊ ad hoc q tales essẽt ꝯmẽsurabiles satis esset q aliqua irrationalis esset vtriusqz ps aliquota ⁊ hoc nõ potest p illam rationem concludi nec video modum quo posset illud demõstrari pterea nolo firmiter asserere illud nec etiã eius oppositum qr non inuenio etiam aliquam pportiotionem communiter numerantem duas tales aut a duabus talibus numeratam.


Ro complemẽto huius capituli supest ostendere data quacũqz rationali in ordine ad quam alia rationalis se potest habere in pportione aliqua rationali quomodo inuenietur illa que in tali pportione se habeat ad illam quod generaliter ostendã imprimis tñ supponam primo q nulla pportio se habet in ordine ad aliã rationalem in pportione aliqua supparticulari aut multiplici supparticulari aut superpartiente nisi illa minor habeat ptem aliquotã denominatam a minimo nũero minimorum talis pportionis in nũeris reperibilẽ ⁊ maior habeat ptem aliquotam denominatã a maximo minimorum talis pportionis in numeris repibilem ex quo quilibet minimorum talis pportionis debet esse maior vnitate ⁊ per idem nullius pportionis ad alteram erit pportio sub supparticularis aut submultiplex super-

particularis nisi illa habeat ꝑtem aliquotam denominatam a minimo minimorum talis ꝓportionis ⁊ aliam partem aliquotam denominatã a maximo minimorum talis ꝓportionis. Et ꝓpterea nulla rationalis est sesquialtera ad aliam rationalem nisi minor habeat medietatem in numeris reperibilem ⁊ maior tertiã ꝑtem in numeris reperibilem. Et ꝓportionabiliter de alijs oĩbꝰ supparticularibus ⁊ multiplicibus supparticularibꝰ/ vnde dato opposito aliqua esset rationalis q̃ adequate ex rationali ⁊ irrationali resultaret ⁊ de alijs bus suꝑpartientibus aut multiplicibus suppartiẽtibus simile potest demonstrari vt puta vniuersaliter de qualibꝫ ꝑtialiter denominata a fractiõe cuius nũerator est minor denominatore sola vnitate q: idẽ incõueniens seq̃retur dato opposito sed in multis alijs non ꝯstat similis demonstratio quicq̃d tñ sit vniuersaliter quelibꝫ ꝓportio poterit habere ꝑtem aliquotam a quocũq; nũero maiori vnitate denominatã siue illa sit rationalis siue irrationalis instar quãtitatis ꝯtinue hoc saltem intellige scđm se vel sibi equalem. Supponã secundo ꝙ nulla ꝓportio rõnalis se habet in ꝓportione multiplici ad aliam rõnalem nisi illa maior habeat ꝑtem aliquotam denominatã a maximo minimorum talis ꝓportionis in numeris reperibilem. Sed ad cognoscendũ data quacumq; rõnali an habeat totam vel totã ꝑtem aliquotã in numeris repibilem ex dictis in tertio cp̃lo apparet regula hoc tñ nõ obstãte si vis de aliqua scire an habeat medietatem in nũeris reperibilem, vide an inter minimos numeros illius cadat vnus medius ꝓportionalis secundũ aliquã ꝓportionem, ⁊ non plures secundum talem. Et illud poteris cognoscere per .39 conclusionem secundi capituli ⁊ si sic illa habebit medietatem in numeris reperibilẽ si autẽ non. Idẽ posset etiã aliter cognosci. vt puta si minimi numeri talis proportionis sint ambo quadrati, aut si ex ductu vniꝰ in alterum fiat numerus quadratus, illa habebit talem ꝑtẽ aliquotã in numeris. si autem non. Et si vis de aliqua scire an habeat tertiã ꝑtem aliquotã in numeris, vide an inter minimos numeros eius cadãt duo diuersi medij ꝓportionales secundum aliquã ꝓportionem, ⁊ non plures secundum eãdem. Et si sic habet tertiam ꝑtẽ in numeris. si autẽ non. Et aliter potest etiã cognosci. puta si duo numeri minimi talis ꝓportionis fuerint ambo cubi aut ex ductu vnius in alterum efficiatur cubꝰ illa habebit tertiam ꝑtem in numeris reperibilem si autem non. Et si vis de aliqua scire an habeat quartã ꝑtem aliquotam in numeris reperibilẽ. Vide an inter numeros minimos talis ꝓportionis cadãt tres diuersi medij ꝓportionales secundum aliquã ꝓportionem ⁊ non plures secũdum illã ⁊ si sic illa habebit talem ꝑtẽ aliquotam in numeris si autẽ non. Et ꝓportionabiliter ꝓcede ad cognoscendum de aliqua an habeat quintã ꝑtem aliquotam in numeris. Et ex his potest haberi regula generalis que est hec. ¶ Si vis de aliqua proportione rationali scire an illa habeat ꝑtem aliquotã in numeris repibilem cape numerum denominantẽ talẽ ꝑtem aliquotam ⁊ vide si inter minimos numeros talis ꝓportionis cadant tot diuersi medij ꝓportionales adequate quot sunt vnitates in minori illo denominãte sola vnitate si plures fuerint aut vnus tñ si ille minor sit vnitas ⁊ nõ plures secundum talem ꝓportionẽ ⁊ si sic illa habebit talem ꝑtem aliquotam in numeris si autem non. Et eadem est regula ad cognoscendum an aliqua rõnalis sit aliqualiter multiplex ad aliquam rõnalem. Et ex ista regula pꝫ primo ꝙ stat bene ꝙ aliqua ꝓportio habeat ꝑtem aliquotam in nũeris denominatã ab aliquo numero ⁊ minor illo denominet ꝑtẽ aliquotam ⁊ tñ non habeat denominatam ab illo minori in numeris non tamen staret illud si ille maior esset multiplex ad illum minorem q: tunc si habeat partem aliquotã denominatã a maiori in numeris habet etiã denominatam a minori. Patꝫ secundo ꝙ stat bene ꝙ aliqua ꝓportio submultiplex ad aliquã aliam habeat ꝑtem aliquotã in numeris reperibilem ⁊ multiplex ad illam non habeat totam partem aliquotam in numeris. Patꝫ finaliter ꝙ si aliqua ꝓportio rõnalis in ꝓportiõe aliqua rationali se habeat ad aliquam in illa repientur adequate tot equales ꝓportiones quot sunt vnitates in antecedẽte minimorũ numerorum talis ꝓportionis in qua se debꝫ habere ad aliã si in illo antecedente sint plures vnitates ⁊ illa in ordine ad quam taliter se habebit erunt adequate tot de illis proportionibus quot sunt vnitates in cõsequente minimorum talis proportionis si plures fuerint. ¶ His suppositis facile poterit inueniri ꝓpositũ pro quo hãc regulã tene. Si aliqua proportio rationalis in aliqua proportione rationali se possit habere in ordine ad aliam rationalem ⁊ vis illam aliam reperire tunc si illa proportio in qua se debet ad aliam habere sit submultiplex facile poteris hoc reperire continuãdo illam totiens sibi ipsi per inuentionẽ numerorum continuo ꝓportionalium secundum ipsã donec ꝓueniat proportio extremorum talis ꝯtinuationis cuius illa sit tota ꝑs aliquota ita ꝙ si debeat esse subdupla inueniãtur tres continuo ꝓportionales secũdum illã. Et si subtripla quatuor. Et si subquadrupla quinq; ⁊ ita deinceps. Et illa ꝓportio que erit eiusdẽ rõnis cum illa ⁊ inter extremos illorum numerorũ cõtinuo proportionalium erit quesita. Et si talis ꝓportio non fuerit submultiplex cape ꝑtem aliquotã illius denominatam ab antecedente minimorum talis proportionis quam de necessitate debebit habere per statim dicta ⁊ inueni multiplicem illius ꝑtis aliquote denominatã a ꝯsequente minimorũ numerorum eiusdẽ ꝓportionis ꝙ si illa ꝑs aliquota illius sit rationalis facile poteris facere per ostensa in tertio capitulo vt puta inueniendo tot numeros continuo ꝓportionales secundũ talem ꝓportionem que est talis ꝑs aliquota quot sunt vnitates in numero maiori vnitate illo cõsequente illa ꝓportio eiusdem rationis cum illa ꝑte ⁊ erit inter extremos talium numerorum erit taliter multiplex ad illam partem aliquotam ⁊ illa erit quesita. Si aũt contingeret ꝙ talis ꝑs aliquota talis esset irrationalis difficile esset talem multiplicem ad illam inuenire nec potest dari certa regula quo ad hoc ideo si scires que sit taliter multiplex ad illã ꝑtem scires inuenire quod petẽdis si autẽ dubiũ esset tibi nec hoc est incõueniẽs Ibi ꝓpter breuitatem relinquo exempla. Nã si intelligas dicta facile per teipsum poteris exemplificare.

¶ Finis octaui capituli.

¶ Capitulum vltimum.



Edietas est cõnectio aliquorum terminorũ scđm certam habitudinem. ¶ Medietatem quedã sunt principales ⁊ ille sunt tres. Quedã vero principalibus collaterales ⁊ ille sũt octo de illis tñ non fiet sermo in ꝓposito sed solum de tribus principalibus. ¶ Prima igit̃ trium principalium medietatũ est qñ aliqui termini taliter ordinãtur ꝙ primi ad secundũ ⁊ secundi ad tertiũ

Et ita deinceps si plures fuerint differentie sūt equales. Et hec arithmetica medietas vocatur. Exemplū patz dispositis .2.4.6.8. ¶ Secunda est qñ aliqui termini taliter ordinātur ꝙ primi ad secundum ⁊ secundi ad tertium. Et ita deinceps si plures fuerint ꝓportiones sūt equales. Et hec geometrica medietas dicitur Exemplum patz de hijs numeris .2.4.8.16. Tertia est cum trium terminorū inequalium maximi ad minimum est ea ꝓportio que differentie maximi ad mediuz ad differētiam medij ad minimum. Et hec musica seu armonica medietas nuncupatur. Exemplum patz ibi. 6.4.3.

¶ Expositiones istarum diffinitionum relinquuntur q: non magna difficultas circa ipsas occurrere potest Si tñ aliqua occurrat recurre ad .11. elementorū nře arithmetice ⁊ ex dictis illic poteris eā dissoluere. Superest ergo aliquas ꝓpositiones tāgere que istarum medietatum proprietates concernunt quarum demonstrationes si velis videre in libro allegato reperies similiter ⁊ aliarum multaruz quas propter breuitatem ibi relinquimus. Primo igitur pro arithmetica medietate sit hec prima propositio.

¶ Dispositis tribus terminis in arithmetica medietate compositus ex maximo ⁊ minimo est duplus medij Et si quatuor ꝯpositus ex duobus terminis erit equalis ꝯposito ex duobus medijs. ¶ 2. Si quotcūq̃ termini sumpti in numero impari in hac medietate disponātur compositū ex omnibus erit equale producto ex medio illorum in numerū illorum omnium. Et si in nūero pari ꝯpositum ex omnibus erit equale illi quod fiet ex ꝯposito ex primo ⁊ vltimo in medietatē numeri illorum similiter ⁊ illud quod fiet ex ꝯposito ex secundo ⁊ penultimo in eandem medietatez ⁊ ita deinceps si plures fuerint donec ad ꝯpositum ex duobus medijs deueniatur. Et ex hoc apparet regula ꝓgressionis que i arithmetica practica poni solet scz. Si disponātur quotcumq̃ numeri sumpti in numero pari quorū ꝓximorū differentie continuo sunt equales multiplicato medio illorum ꝑ numerum omnium ꝓductus erit numerꝰ compositus ex illis omnibus. Et si in nūero pari multiplicato ꝯposito ex pmo ⁊ vltimo aut ꝯposito ex secundo ⁊ penultimo ⁊ ita deinceps vsq̃ ad ꝯpositum ex duobus medijs ꝑ medietatem numeri illorū ꝓductus inde erit illorum omniuz summa. Ex hac regula constat ꝙ si disponantur quotcūq̃ numeri inequales sūpti secundum numerū imparem ⁊ incheando a mīmo differentia pmi ad secundum sit maior q̃ secundi ad tertiū ⁊ secundi ad tertium maior q̃ tertij ad quartū ⁊ ita deinceps ex medio illorum in numerū illorū omnium minus fiet q̃ ꝯpositum ex illis omnibus. Et si differentia pmi ad secundum sit minor q̃ secundi ad tertiū ⁊ secūdi ad tertium mīor q̃ tertij ad quartū ⁊ ⁊ ita deinceps ex illo medio in numerū illorum minus fiet q̃ ꝯpositum ex illis omnibus. Patz vltra ꝙ si disponātur quatuor numeri inequales ⁊ incheando a minimo ⁊ mīni oīm ad minimum mediorum sit maior differētia q̃ maximi omniū ad maximum mediorum ꝯpositus ex minimo ⁊ maximo omnium erit minor ꝯposito ex duobus medijs Et si minimi omnium ad mīmum mediorum sit minor differentia q̃ maximi mediorum ad maximū omnium erit compositus ex maximo ⁊ mīmo maior composito ex duobus medijs. Et ex cōsequenti si disponātur quotcumq̃ numeri inequales sūpti in numero pari ⁊ differentia pmorum sit maior differentia scdorum ⁊ ita deinceps ex ꝯposito ex duobus extremis in medietatem numeri secundum queꝫ sumūtur minus fiet q̃ ꝯpositū ex illis omnibus. Et ex cōposito ex duobus medijs in eādem medietatem magis. Et si econuerso differentie se habeāt econuerso tales ꝓducti se habebunt. ¶ 2. Si tres numeri in hac medietate disponātur ex vno extremorum in reliquū ⁊ ex differentia communi ipsoruz in se ducta tm̄ fit sicut ex medio ꝑ se multiplicato ⁊ compositus ex quadratis extremorum erit duplus ꝯposito ex quadrato medij ⁊ ex quadrato differentie cōmunis. ¶ 3. Quattuor numeris in hac medietate dispositis siue ꝯtinuo siue discontinuo cuiuslibet extremoruz ad quemlibet intermediorum erit ea differentia q̃ reliqui mediorum ad alterum extremorum. ¶ 4. Si disponātur quatuor numeri secundum hanc medietatem siue ꝯtinuo siue discontinuo quod fit ex vno extremorum in reliquum cuz eo quod fit ex differentia maximi omnium ad maximū mediorum in differentiaz maximi mediorum ad minimū omnium equū est illi quod fit ex vno mediorū in reliquum. ¶ 5. Si tres numeri in hac medietate disponātur cuiuslibet extremorum ad medium est minor ꝓportio q̃ medij ad reliquum. Et si quatuor cuiuslibet extremorum ad quemlibet mediorū minor q̃ reliqui mediorum ad reliquum extremorum.

¶ 6. Dispositis quatuor terminis secundum hāc medietatem ꝯtinuo a minimo inchoādo maior erit excessꝰ proportionis secundi ad pmum supra ꝓportionem tertij ad secundum q̃ ꝓportionis tertij ad secundum supra ꝓportionem quarti ad tertium. Ex hac constat ꝙ si fuerint duo inequalia ⁊ quarta ꝑs excessus ipsorum auferatur a maiori ⁊ addatur minori ꝓportio maioris ad illud minus decrescet magis q̃ ad subduplum et si medietas excessus maioris supra minus sit minor minori ⁊ ex eo auferatur ⁊ addatur maiori ꝓportio maioris ad minus crescet magis q̃ ad duplum. ¶ 7. Tribus numeris in hac medietate dispositis si fuerit maximus duplus minimi erit medius triplus ad differentiam ipsorū ꝯmunem ⁊ econuerso. Et si maximus fuerit maior duplo mīmi erit medius minor triplo illius differentie ⁊ econuerso. Et si maximꝰ fuerit minor duplo minimi erit medius maior triplo illiꝰ differentie ⁊ econuerso. ¶ 8. Quotcumq̃ nūeris in hac medietate dispositis totidemq̃ alijs secundū eandem consimilem differentiam seruātes sumptis inchoando a minus si pmꝰ vnius ordinis vltimo alterius addatur ⁊ secundꝰ penultimo ⁊ ita deinceps. Omnes ꝯpositi prouenientes erunt equales. ¶ 9. Si quotcumq̃ nūeris in hac medietate dispositis totidem equales addātur erunt cōpositi in eadem medietate dispositi ⁊ si totidē equales ab eis auferātur erunt remanētes in eadem dispositi ¶ 10. Si a quotcūq̃ equalibus totidē in hac medietate dispositi auferātur erunt remanētes in eadē dispositi. ¶ 11. Si quotcumq̃ nūeris in hac medietate dispositis totidem alij eiusdem medietatis mīores minoribus ⁊ maiores maioribus addātur ꝓuenient compositi in hac medietate dispositi. ¶ 12. Si a quotcūq̃ numeris secundum hāc medietatem ordinatis totidem alij in eadem dispositi minores a minoribus ⁊ maiores a maioribus auferātur qui remanebūt erunt equales aut in eadē medietate dispositi. ¶ 13. Tribus nūeris in hac medietate dispositis maximi ad minimū eādem esse ꝓportionem que medij ad differentiam duorū proximorum est impossibile maiorem vero aut minorē est possibile de maiori patz de his .3.2.1. de minori patet i his .4.3.2. ¶ 14. Quibuscumq̃ duobꝰ numeris datis si compositus ex ipsis fuerit par inter ipsos cadet medius secundum hāc medietatem vt puta medietas illius cōpositi. Si autē fuerit impar nullus inter illos

secundum hãc mediabit. ¶ Sed pro geometrica medietate sit hec prima propositio.

Tribus numeris in geometrica

medietate ordinatis differẽtie maximi ad medium ad differentiam medij ad minimum est ea ꝓportio que maximi ad medium eritq; compositus ex extremis maior ꝙ duplus medij. ¶ 2. Tribus numeris in hac medietate dispositis ex ꝑmo in tertiuz tm̄ fit sicut ex scđo in se. Et si ex ductu duorum numerorũ vnius in alterum tm̄ fiat sicut ex aliquo in se ille erit secundum hãc medietatem medius inter illos sinaũt nullus erit mediꝰ. ¶ 3. Si quotcumq; numeris in hac medietate dispositis totidem alij in eadem medietate ꝛ secundũ eandez proportionem dispositi maiores maioribus ꝛ minores minoribus addãtur erunt ꝯpositi in eadem medietate ꝛ secunduz eandem proportionẽ dispositi. ¶ 4. Si quotcumq; nũeris secundum hanc dispositis totidez equales addãtur erit inter maiores ꝯpositorum maior ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ inter minores. ¶ 5. Si quotcumq; numeris in hac medietate dispositis secundum ꝓportionem maioris inequalitatis totidẽ alij in eadem dispositi secundũ minorem proportionẽ maioris inequalitatis maiores maiorbꝰ ꝛ minores minoribus addantur erit inter maiores cōpositorum maior ꝓportio maioris inequalitatis ꝙ inter minores. ¶ 6. Tribus in hac medietate dispositis maximi ad minimũ eam esse ꝓportionem ꝙ medij ad aliquam differentiarum duorũ proximorũ est impossibile maiorẽ vero aut minorem est possibile de maiori ptȝ vbicumq; sũt tres continuo proportionales scđm proportionem supparticularẽ sesquiquartã aut ipsa minorẽ. ¶ 7. Si quotcumq; numeris in hac dispositis inter binos ꝛ binos medij secundum arithmeticam medietatem statuãtur erit inter primos illorum mediorum arithmetice ea ꝓportio scđm quam alij ordinantur. ¶ 8. Si inter duos numeros duo medij alter arithmetice alter vero geometrice statuãtur quadratũ medij arithmetice inter illos excedet quadratũ alterius medij ꝑ quadratum differentie illius medij arithmetice ad alterũ illorum. Et ex ꝯsti illud medium arithmeticum maius erit illo medio geometrico. ¶ 9. Tres nũeros in arithmetica medietate dispositos ꝯtingit reperire inter quorũ maximũ ꝛ mediũ similiter ꝛ inter medium ꝛ minimum mediꝰ geometrice reperiatur. Hoc ptȝ de hijs tribꝰ. 49. 25. et. 1. Inter maximos enim mediat. 35. geometrice ꝛ inter alios. 5. ¶ 10. Si tribus nũeris in arithmetica medietate dispositis inter maximũ ꝛ mediũ similiter ꝛ inter medium ꝛ minimuz medij proportionales geometrice reperiantur erit inter quadratos illorum mediorũ geometrice quadratum medij ꝑmorum triũ medium arithmetice ꝯstitutum. ¶ Sed de armonica medietate non multum ꝯducit ꝓposito longum sermonez facere breuiter tm̄ pro ipsa ponã aliquas propositiones ꝯcernentes ipsius ꝓprietates quarum ꝑma sit ista.

Tribus nũeris in armonica me

dietate ꝯstitutis maximi ad medium maior est ꝓportio ꝙ medij ad minimũ. ¶ 2. Tribus nũeris in hac dispositis ꝯpositus ex extremis maior est duplo medij. ¶ 3. Tribus in hac dispositis ex vno extremorꝫ in reliquũ tm̄ fit sicut ex medio in se ꝛ ex drã maximi ad medium in differentiã medij ad minimum. ¶ 4. Tribus in hac dispositis quod fit ex medio in extremos duplum est illi quod ex vno extremorũ in reliquũ producitur. ¶ 5. Inter duos numeros in sua ꝓportione minimos mediũ scđm hanc cadere est impossibile. Et ex ꝯsti inter nullum ꝛ vnitatem aliquis cadet. ¶ 6. Quibuscumq; duobus numeris inequalibꝰ ꝓpositis an possit mediꝰ scđz hanc medietatẽ cadere ꝯtingit certa regula cognoscere. Nã si ꝯpositus ex minimis in proportione illorꝫ nũeret drãm eorũ aliquis cadet sinaũt nullus. Et si inter duos tales aliquis possit cadere ille reperitur ducẽdo maiorem illorũ minimorum talis proportionis in illũ numerum ꝑ quem ꝯpositus ex illis nũerat talẽ drãm tũc nũerus supra quẽ maior illorũ addet illũ ꝓductũ erit medius in hac medietate inter illos. ¶ 7. Si ꝑmi ad scđz fuerit ea proportio ꝙ tertij ad quartũ tertiũ inter primũ ꝛ scđm ꝛ scđm inter tertiuz ꝛ quartũ armonice mediare est impossibile. ¶ 8. Si tres numeri in arithmetica medietate dispositi eundẽ numerũ illi scđm quos illum numerabunt erunt ꝯsimili ordine scđm hanc medietatem ordinati. ¶ 9. Si tres numeri secundum armonicã medietate ordinati eundem nũerent erunt illi secundum quos illum nũerabunt in arithmetica medietate ꝯstituti. ¶ 10. Quotcumq; nũeros contingit ordinare quorum ꝑmi tres sint in hac medietate cōstituti similiter relicto primo ꝑmi tres sequẽtes ꝛ ita deinceps hoc fiet si capias tot in arithmetica medietate ordinatos quot velis ita disponere sicut hec proponit ꝛ inuenias aliquem numeratum ab illis omnibus ꝑdicta in tertio capitulo tunc illi per quos illũ numerabunt ꝑ antepreccedentem erunt quesiti. ¶ Sed iam ponam aliquas propositiones ꝯcernentes proprietates generales omnium istarum ꝓprietatum quaruz prima sit ista.

Si quotcumq; numeri per eũdẽ

numerum numeret totidem alios ꝛ numerãtes aut numerati sint in aliqua istarum medietatũ dispositi reliqui erunt cōsimili ordine in eadem dispositi. Et si idem numerus numeret quotcumq; diuersos nũeros ꝛ illi numerati aut illi ꝑ quos illos nũerabit sint in aliqua istarum dispositi erunt ꝛ reliqui cōsimili ordine in eadem dispositi. ¶ 2. Si quotcumq; numeri ꝑ eundem adequate diuidantur ꝛ illi aut prouenientes sint in aliqua istarum ꝯstituti erunt ꝛ reliqui in eadem consimili ordine ꝯstituti. Et si quotcumq; nũeris inequalibus per totidem alios adequate diuisis idem prouenit ꝛ diuidentes aut diuisi in aliqua istarum sint ꝯstituti erunt ꝛ reliqui in eadem consimili ordine constituti. ¶ 3. Si primi ad secundum fuerit ea ꝓportio que tertij ad quartum ꝛ inter primum ꝛ scđm cadat medius secũdum aliquã istarum medietatum similiter ꝛ inter tertium ꝛ quartũ secundum eandem erit ꝑmi ad medium inter ipsum et secundum ea ꝓportio que tertij ad medium inter illuz ꝛ quartum ꝛ medij ꝑmorum ad secundũ que medij aliorum ad quartum. ¶ 4. Tres numeros in arithmetica medietate ꝯstitutos simul ꝛ in geometrica aut ĩ geometrica ꝛ armonica simul aut in arithmetica ꝛ armonica simul est impossibile.

¶ Expliciunt propositiones Magistri Gasparis Lax Aragonensis de Sarinyena impresse Parisius opera Magistri Nicolai de la barre pro Emundo le feure Anno dñi M.D.xv. die vo vi. mensis Octobris.

